Cátia Sofia Ferreira Pinto

Licenciatura em Matemática

Relatório de Estágio

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Orientador: António Domingos, Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa
Co-orientador: Maria Teresa de Brito, Professora Licenciada, Escola Secundária Jorge Peixinho

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Maria Helena Coutinho Gomes de Almeida Santos
Vogais: Licenciada Maria Teresa Subtil Pedro de Brito
Prof. Doutor António Manuel Dias Domingos
Prof. Doutor Filipe José Gonçalves Pereira Marques

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Junho de 2014

Faculdade de Ciências e Tecnologias

Universidade Nova de Lisboa

Departamento de Matemática

Relatório de Estágio

Aprendizagem Mestria como processo de ensino-aprendizagem da Álgebra

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Orientador: Professor DoutorAntónio Domingos.

Co-orientador: Professsora Maria Teresa de Brito.

Junho de 2014

Aprendizagem Mestria como processo de ensino-aprendizagem da Álgebra

Cátia Sofia Ferreira Pinto

Dedicatória

Este trabalho é dedicado à memória dos meus avós que já partiram…

Dedico-o também aos meus pais por estarem sempre presentes e me apoiarem incondicionalmente nos meus estudos.

A eles devo muito.

Agradecimentos

À Professora Teresa de Brito, minha Orientadora Pedagógica, pelo apoio incansável e disponibilidade que sempre demonstrou. Pelas suas sugestões e dedicação, muito obrigada.

Ao Professor Doutor António Domingos pela sua orientação no projeto de investigação. Sem as suas críticas este projeto não teria sentido.

À Professora Doutora Maria Helena Santos e ao Professor Doutor Filipe Marques pelos conselhos e comentários que me ajudaram a melhorar o meu desempenho face à prática letiva.

À minha colega Isabel Martelo, com quem partilhei grande parte deste percurso.

Por último, agradeço aos alunos do sétimo ano da turma A da Escola Secundária Jorge Peixinho que me dedicaram uma significativa parte do seu tempo não-letivo.

Resumo

Este trabalho encontra-se dividido em duas partes: a primeira relata o trabalho realizado no âmbito da prática pedagógica, enquanto a segunda parte aborda um pequeno estudo de investigação na área da educação.

Nos dois primeiros capítulos é descrito o meu percurso na Escola Secundária Jorge Peixinho no Montijo enquanto aluna estagiária no que concerne às atividades em que participei. É feita uma pequena referência à escola, são referidas as aulas que lecionei, o trabalho que desenvolvi na Direção de Turma assim como os projetos em que colaborei.

Na segunda parte do trabalho é desenvolvido o trabalho de investigação. Nesta parte é apresentada uma base teórica do conceito de Aprendizagem Mestria e de aprendizagem da Álgebra, a metodologia adotada no estudo, a análise dos dados recolhidos e também as conclusões retiradas.

Para responder às questões que foram colocadas inicialmente, optou-se por escolher um grupo de alunos da turma de sétimo ano da Professora Orientadora, que durante o segundo período trabalharam em tarefas diversificadas no âmbito do subdomínio das Equações Algébricas de forma a potenciar uma aprendizagem efetiva.

Na análise dados, a metodologia aplicada foi de carácter qualitativo uma vez que se analisou detalhadamente as estratégias de resolução adotadas pelos alunos. Para tal, foram analisadas pormenorizadamente as resoluções de duas alunas com níveis de desempenho e motivações distintos.

Apesar de ser adotada uma metodologia diversificada no estudo das Equações Algébricas, verificou-se que nem todos os alunos atingiram um nível de mestria.

Palavras-Chave: Estágio Pedagógico, Aprendizagem Mestria, Álgebra, Ensino da Matemática.

Abstract

This dissertation is divided into two parts: the first focuses the work developed on my teaching practice and the second part lay emphasis on investigation study about education.

On chapters one and two, are reported the activities that I participated on as trainee student at Jorge Peixinho Secondary School in Montijo. The history of school, the lessons that I teach, the Direction Class and the projects that I collaborated are described into these chapters.

The second part related the investigation study. It submits the theoretical study about Mastery Learning and learning of Algebra, the study methodology, analysis of data collected and the conclusions.

To answer to study issues were selected a group of students of seventh grade that realized, during the second period, varied tasks about equations to promote an effective learning.

On analysis of data collected chapter, the methodology of study was qualitative to understand deeply the resolution and reasoning of students. Particularly, the researcher analyzed the performance level of two different students.

Despite a diverse methodology about equations, not all students reach a mastery level.

Key-Words: Pedagogical Trainee, Mastery Learning, Algebra, Teaching Mathematics.

Índice de Matérias

Parte I – Prática Pedagógica Supervisionada

Parte II – Trabalho de Investigação

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

Lista de Abreviaturas, Siglas e Acrónimos

CEF – Cursos de Educação e Formação

EE – Encarregados de Educação

EFA – Educação e Formação de Adultos

ESJP – Escola Secundária Jorge Peixinho

FCT-UNL – Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa

NEE – Necessidades Educativas Especiais

PCE – Projeto Curricular de Escola 2010/2013

PEE – Projeto Educativo Escolar 2009/2013

PARTE I

Prática Pedagógica Supervisionada

CAPÍTULO 1 – A Escola

1.1 Breve nota histórica

A Escola Secundária Jorge Peixinho localiza-se no concelho e freguesia do Montijo. O concelho abrange uma área de 348,6 km² e estende-se por um comprimento máximo de 49 km no sentido este-oeste e por 22 km no sentido sul-norte. Neste momento, comporta oito freguesias: Santo Isidro, Pegões, Canha, Afonsoeiro, Atalaia, Alto Estanqueiro/Jardia, Montijo e Sarilhos Grandes.

Atualmente, residem no concelho 41 432 habitantes, sendo a distribuição populacional significativamente desigual em toda a sua extensão: verifica-se que a zona este, que representa 83,82% do território, é ocupada por apenas 13,95% da população do concelho refletindo uma baixa densidade populacional; na zona oeste situam-se os maiores aglomerados populacionais, sobretudo nas freguesias de Montijo, que representa 58,50% do total da população do concelho, e de Afonsoeiro.

À semelhança do que acontece em muitas zonas de Portugal, também no concelho do Montijo se assiste a um envelhecimento gradual da população, registando-se um índice de envelhecimento de 112,6%. É de salientar também, a crescente comunidade imigrante com cerca de 1,27% de habitantes de outros países que solicitaram o estatuto de residente, existindo assim uma taxa de crescimento migratório de 0,2% em 2008.

A economia do concelho do Montijo tem estado fortemente ligada a diversas atividades como a produção, abate e transformação de carne, a preparação e transformação de cortiça, bem como à produção hortícola, vinícola e florícola. Qualquer um destes setores obteve um elevado destaque no concelho motivado quer pela sua localização geoestratégica, quer pelas suas características ecológicas e climatéricas. A ligação da zona norte de Lisboa ao Montijo pela Ponte Vasco da Gama reforçou um posicionamento estratégico do concelho, proporcionando um acesso fácil às principais cidades do país, às principais infraestruturas portuárias e aeroportuárias e também a Espanha.

No que concerne à Educação, apenas 16,4% da população tem habilitações académicas ao nível do 3º Ciclo, só 12,2% ao nível do Ensino Secundário e 5,3% possuem formação a nível do Ensino Superior. Relativamente às instituições de ensino, existem no concelho 75 instituições.

A instituição de ensino Escola Secundária Jorge Peixinho foi criada a 10 de setembro de 1957 pelo Decreto-Lei nº 41 258 como Escola Industrial e Comercial do Montijo. Até então, os montijenses que pretendiam prosseguir estudos e aperfeiçoar algum tipo de técnica mais específica teriam que frequentar ou a escola técnica do Barreiro ou a de Setúbal, pois eram as únicas no distrito. Deste modo, a criação da Escola Industrial e Comercial do Montijo constituiu uma aposta na formação dos jovens do concelho. É igualmente importante destacar que, a atividade letiva nos primeiros anos de existência desta escola decorreu, após algumas obras de remodelação, no antigo edifício do tribunal. Em 1963, foi concluído o edifício atual e, por esta razão, a sede da ESJP passou para a Avenida José da Silva Leite (localização atual).

Em 1974, a escola passou a designar-se Escola Secundária Polivalente do Montijo e, posteriormente, Escola Secundária do Montijo. A escola apresentou como oferta formativa os cursos de Administração e Comércio, Formação Feminina, Montador Eletricista e Serralheiro Mecânico. Quando foi construída uma segunda Escola Secundária no Montijo em 1986, passou a designar-se Escola Secundária nº 1 do Montijo.

No ano de 1998, a escola foi novamente rebatizada com a aprovação do Ministério da Educação e passou a designar-se Escola Secundária Jorge Peixinho (ESJP) em honra ao Maestro e Compositor Jorge Peixinho, natural do Montijo.

No ano letivo de 2010/2011, começou o processo de remodelação da ESJP devido à degradação que apresentara, fruto do decorrer do tempo. Neste ano letivo, 2013/2014, as obras ainda não estão terminadas, faltando ainda intervencionar uma pequena área da escola. Mas, no entanto, a atividade letiva decorre nas novas instalações.

É igualmente importante realçar a relação existente entre a comunidade e a ESJP. Existem diversos projetos e inúmeras atividades direcionadas para a comunidade. Melhorar a cultura global da escola, incentivando um espírito de pertença e participação em todos os membros da comunidade educativa é também um dos grandes objetivos da ESJP. Para tal, a escola propõe o seguinte no "Projeto Educativo Escolar 2009/2013" (PEE):

- Promover o Projeto Educativo como instrumento vivo e operante, ao serviço da melhoria da Escola;

- Motivar os recursos humanos e os alunos e promover atitudes de envolvimento positivo com as tarefas;
- Desenvolver atitudes e valores de responsabilização, respeito pelos outros e tolerância crítica;
- Induzir expectativas elevadas, renovar metas e melhorar resultados;
- Dignificar a imagem da escola e promover a interação com a comunidade.

Além do mais, o PEE também privilegia outras áreas de intervenção tais como:

- Formação integral e implicação dos alunos no processo de ensino-aprendizagem;
- Colaboração e corresponsabilização dos pais e encarregados de educação;
- Relações com as autarquias e comunidade.

Deste modo, a missão da ESJP baseia-se nos seguintes princípios orientadores, os quais devem presidir às práticas pedagógicas e à gestão curricular:

- Universalidade do direito à educação;
- Formação integral do aluno, como cidadão autónomo, crítico e participativo;
- Equidade e discriminação positiva;
- Práticas orientadas para a promoção do profissionalismo responsável e reflexivo;
- Promoção da qualidade e excelência da educação.
  (Projeto Curricular de Escola, 2010/2013)

1.2 Instalações

No início deste ano letivo, alguns dos serviços da ESJP ainda estavam a decorrer em edifícios mais antigos: a Direção da Escola, o Bar, a Cantina, os Serviços Administrativos, a Papelaria e a Reprografia. Contudo, no 2º período, todos estes serviços passaram a funcionar nas novas instalações. É de referir também, que no início deste ano letivo foram retirados do espaço escolar os blocos móveis onde decorriam as aulas no período de remodelação da escola.

Após esta profunda remodelação, a ESJP tem ao seu dispor os seguintes recursos físicos:

- 46 Salas de aula normais;
- 6 Salas específicas TIC;
- 6 Laboratórios;
- 9 Salas e Oficinas para Artes e Expressões;
- 4 Espaços oficinais;
- Mais um espaço desportivo coberto;
- Centro de Novas Oportunidades;
- 53 Postos de trabalho para professores;
- Duas Salas de reuniões para pequenos grupos;
- Uma Biblioteca Escolar;
- 1 Auditório;
- Área social para alunos;
- Uma sala de professores;
- Área com 4 salas para Apoio-Educativo;
- Área de 4 salas para a Direção;
- Área para Pais e Encarregados de Educação;
- 12 salas para uso dos Serviços de Administração Escolar.

Porém, as obras ainda não estão concluídas podendo assim surgir algumas modificações no espaço físico da ESJP.

De todas estas instalações, é relevante destacar a área social dos alunos. É um espaço bastante agradável, com muita luminosidade e, por isso, muito apreciado pelos estudantes. Esta área contempla o Bar dos alunos, a Cantina, a Papelaria e a Reprografia. Por ser um espaço polivalente, verifica-se uma grande afluência dos alunos. Este tipo de espaço mais direcionado aos estudantes permite uma maior interação e convivência entre os mesmos e, deste modo, não são tão tentados a sair da escola nos intervalos das atividades letivas, como acontecia no início do ano letivo.

A comunidade escolar tem assim à sua disposição novas instalações que, foram pensadas e construídas para serem facilitadoras no processo de formação dos alunos.

A ESJP, tal como outras escolas, rege-se segundo uma estrutura hierárquica bem definida.

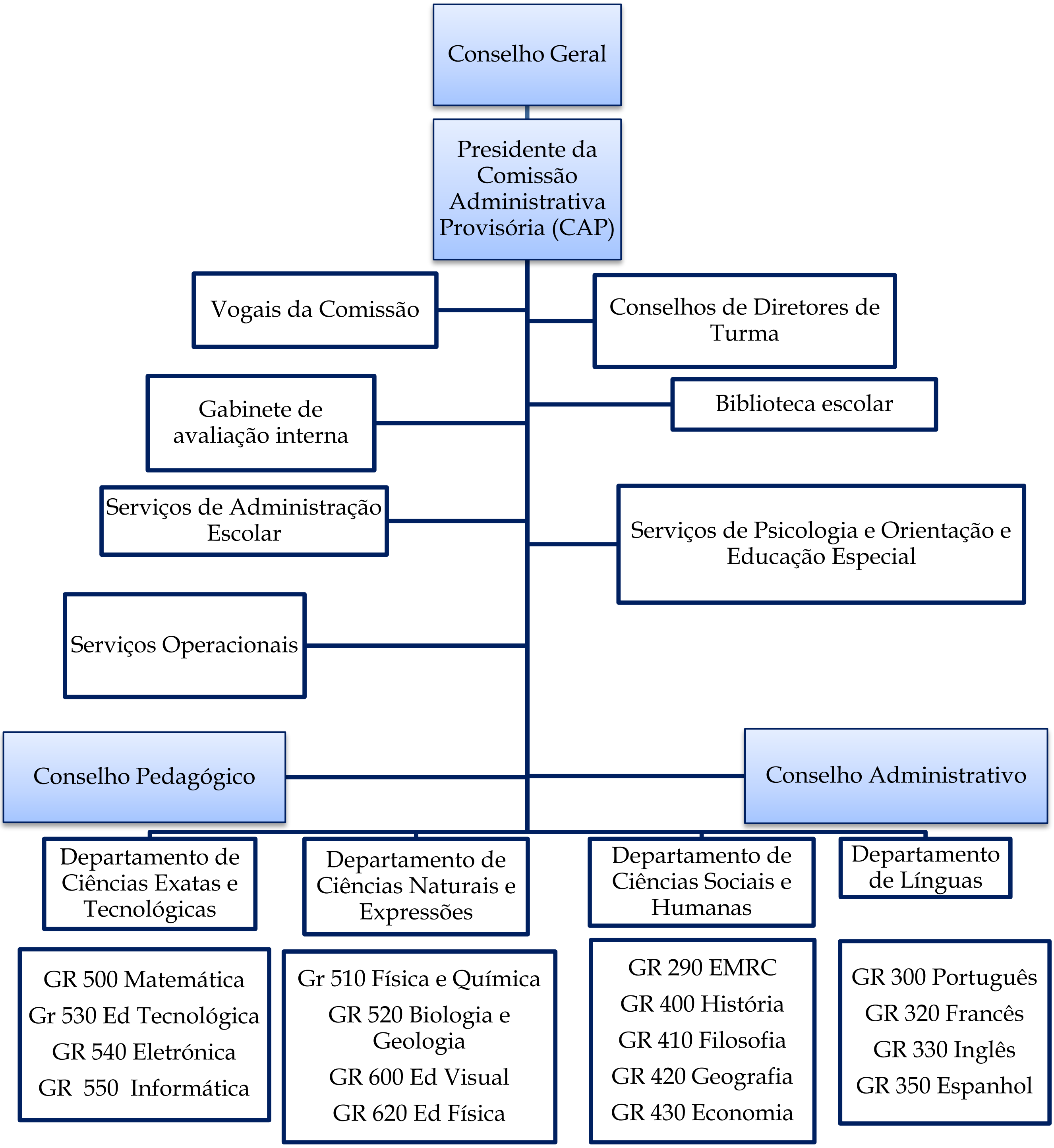


Figura 3.1 : Estrutura hierárquica da ESJP

É também de referir que, neste momento, a ESJP é liderada pela Comissão Administrativa Provisória (CAP), uma vez que não concorreram candidatos para a Direção da escola.

1.3 Oferta Formativa

No ano letivo 2013/2014 a ESJP tem ao dispor dos alunos os seguintes cursos:

- 3º Ciclo do Ensino Básico;
- Cursos de Educação e Formação ano nível do 3º Ciclo do Ensino Básico;
  - Tipo 2 – Nível 2 (Curso de 2 anos, acesso com 6º ano de escolaridade, frequência de 7º ou 8º ano e idade igual ou superior a 14 anos)
    - Instalador/Reparador de Computadores
    - Práticas Técnico - Comerciais
  - Tipo 3 – Nível 2 (Curso de 1 ano, acesso com conclusão de 8º ou frequência de 9º ano e idade igual ou superior a 14 anos)
    - Instalação e Operação de Sistemas Informáticos
    - Práticas Administrativas
    - Geriatria
- Ensino Secundário;
  - Curso de Ciências e Tecnologias
  - Curso de Artes Visuais
  - Curso de Línguas e Humanidades
  - Cursos de Ciências Socioeconómicas
- Cursos Profissionais do Ensino Secundário;
  - Técnico de Gestão
  - Técnico de Design Gráfico
  - Técnico de Gestão de Equipamentos Informáticos

    - Técnico de Análises laboratoriais

- Ensino noturno;
    - Ensino Básico
        - Secretariado e Trabalho Administrativo
        - Instalador / Reparador de Computadores

    - Ensino Secundário (EFA – Educação e Formação de Adultos)
        - Técnico de Informática – instalação e Gestão de Redes
        - Técnico de Análises Laboratoriais
        - Técnico de Desenho Gráfico
        - Técnico de Apoio à Gestão

Além desta oferta variada de cursos, a escola também oferece aos alunos a oportunidade de participar em diversos clubes e projetos:

- Clube de Cerâmica;
- Clube Descobre;
- Clube Europeu;
- Clube da Fotografia;
- Laboratório de Geometria Descritiva;
- Núcleo de Teatro Experimental;
- Projeto *A Escola e as Famílias;*
- Projeto *Eco-Escolas;*
- Projeto de Educação para a Saúde.

1.4 Recursos Humanos

1.4.1 Os Docentes

O corpo docente da ESJP é constituído por 149 professores. Na sua maioria, é constituído por professores de quadro de escola: 109 professores pertencem ao quadro de escola (73%), seis pertencem ao de zona pedagógica (4%) e 34 são contratados (23%).

Relativamente aos professores de Matemática, maioritariamente, pertencem ao quadro de professores de escola.

Tabela 1.1: Número de docentes da ESJP

Quadro de Escola	109
Quadro de Zona Pedagógica	6
Contratados	34
Total	149

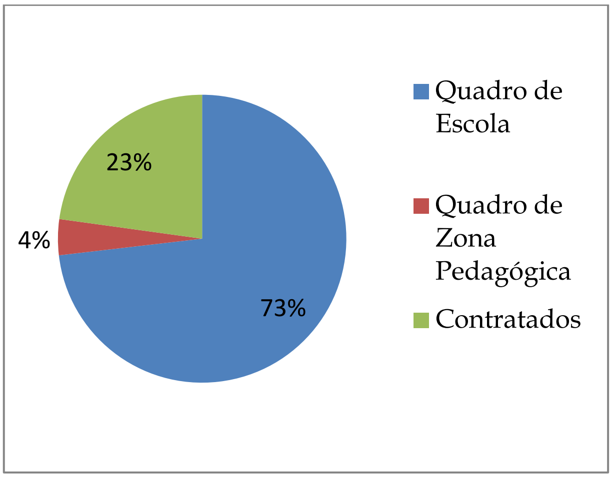


Figura 1.2: Percentagem de docentes da ESJP

1.4.2 Não – Docentes

Para a escola funcionar em pleno, é necessário também destacar o pessoal não-docente. O funcionamento do bar, da cantina, da papelaria e reprografia, dos serviços administrativos, a limpeza dos edifícios, é assegurada pelo pessoal não-docente e é fundamental para que o ambiente escolar seja uma mais-valia para todos.

O pessoal não-docente da ESJP inclui 43 funcionários que estão distribuídos em três categorias: técnicos superiores, assistentes técnicos e assistentes operacionais.

Tabela 1.2: Pessoal não-docente da ESJP

Categoria	Número de Funcionários
Técnicos Superiores	2
Assistentes Técnicos	12
Assistentes Operacionais	29

Relativamente aos assistentes operacionais, seis encontram-se com baixa médica prolongada e três aguardam aposentação.

1.4.3 Os Alunos

Atualmente, estão inscritos na ESJP 1364 alunos. Comparativamente com o ano letivo 2012/2013, o número de alunos inscritos aumentou: passaram de 1255 para 1324 alunos.

Os alunos estão distribuídos por 25 turmas do Ensino Básico e por 19 do Ensino Secundário.

Através da tabela seguinte pode-se observar a distribuição dos alunos pelos diferentes tipos de ensino (Básico e Secundário), cursos e anos de escolaridade.

Tabela 1.3: Número de alunos que frequentam a ESJP

Tipo de Ensino	Curso	Ano de Escolaridade	Número de Alunos Matriculados
Básico	CEF	Tipo 2	62
		Tipo 3	25
	Regular	7º Ano	201
		8º Ano	209
		9º Ano	220
Secundário	EFA	10º Ano, 11º Ano e 12ºAno	41
	Profissional	1º Ano	33
		2º Ano	22
		3º Ano	7
	Regular	10º Ano	188
		11º Ano	163
		12º Ano	153
TOTAL			**1324**

Neste ano letivo de 2013/2014, 352 alunos beneficiam dos serviços de ação social escolar. Ao analisar-se a evolução do número de alunos que usufruem deste serviço, conclui-se que este número tem vindo a aumentar. No entanto, verificou-se uma descida considerável no ano letivo de 2011/2012. Contudo, no ano letivo seguinte (2012/2013) a situação agravou-se: verificou-se novamente um aumento do número de alunos que recorrem a este tipo de apoio assim como, no presente ano letivo. A tabela seguinte ilustra a referida evolução desde 2008/2009 até 2013/2014.

Tabela 1.4: Número de alunos que usufruem dos serviçoes apoio e ação escolar na ESJP

Ano Letivo	Escalão A	Escalão B	TOTAL
2008/2009	122	125	247
2009/2010	155	127	282
2010/2011	177	122	292
2011/2012	141	138	279
2012/2013	186	134	320
2013/2014	221	131	352

Como se pode observar, nos últimos anos cada vez mais alunos têm recebido apoio. Quer isto dizer que, os rendimentos dos agregados familiares dos alunos da ESJP têm sido influenciados, cada vez mais, pelas medidas de austeridade impostas pelo governo. É cada vez mais difícil para alguns encarregados de educação poder suportar despesas de alimentação e pagar os materiais escolares dos seus educandos. Apesar deste cenário, pode-se concluir que a maioria dos alunos da ESJP são provenientes de famílias de classe média.

CAPÍTULO 2 – Atividade na ESJP

2.1 A Prática de Ensino Supervisionada

Foram atribuídas à Professora Orientadora, neste ano letivo, três turmas: uma do Ensino Básico (7º ano) e duas do Ensino Secundário (10ºano). Como estagiária, considero ter sido uma mais-valia, uma vez que tive a oportunidade de trabalhar com dois programas de Matemática distintos.

Para determinar qual a turma que ficaria a cargo de cada estagiária, foi feito um sorteio dentro do núcleo de estágio e, ficou determinado que iria dar aulas à turma B do 10º ano enquanto que a minha colega ficaria encarregue da turma C do mesmo ano. É igualmente importante referir, que a turma C do 10ºano é a Direção de Turma da Professora Orientadora.

Contudo, também trabalhei de forma intensa a nível do Ensino Básico, pois foi a turma que escolhi para realizar o meu trabalho de investigação.

2.1.1 A Turma do 7º A

A turma A do sétimo ano é constituída por 20 alunos e as suas idades variam entre os 12 e os 14 anos. É constituída maioritariamente por alunos do sexo feminino: 16 raparigas e 4 rapazes. A turma tem uma aluna com necessidades educativas especiais e, por isso, é uma turma com um número reduzido de alunos comparativamente com as turmas que não têm alunos com este tipo de necessidades.

Em todas as aulas assistidas pelas estagiárias, a aluna com NEE recebeu apoio personalizado por uma destas. Numa semana era acompanhada por mim e, na seguinte pela minha colega. Esta aluna é a única repetente na turma e, se tivesse progredido com sucesso, neste momento estaria a frequentar o nono ano de escolaridade. Pelo que pude observar quando acompanhei a aluna, além de revelar bastantes dificuldades na disciplina de Matemática, é distraída e pouco empenhada, o que contribui para os resultados pouco satisfatórios que obtém. No entanto, revela um grande gosto na forma de apresentação das suas produções escritas. Ao acompanhar esta aluna, tentei explicar-lhe os conceitos de outra forma e auxiliava-a também na correção dos instrumentos de avaliação, uma vez que estes são diferentes dos aplicados aos seus colegas. É de referir também, que os instrumentos de avaliação desta aluna foram, na maioria das vezes, elaborados pelo núcleo de estágio assim como todas as planificações de unidade, uma vez que foi necessário realizar algumas adaptações.

No início do ano letivo, a turma revelou empenho, gosto em aprender e um bom comportamento. Porém, à medida que o tempo foi decorrendo, a turma revelou-se cada vez mais desinteressada, irrequieta, distraída e, consequentemente os resultados atingidos foram sendo cada vez mais baixos. Nas reuniões do Conselho de Turma, todos os professores apresentaram muitas queixas e também muita preocupação no que diz respeito ao futuro destes jovens, pois na sua generalidade, não revelam hábitos de trabalho e, por vezes, surgem algumas faltas de respeito para com os professores. Em termos sociais, verifica-se que nem sempre existe uma relação cordial entre os elementos da turma. Alguns alunos parecem não estar bem integrados.

No que concerne ao trabalho de investigação que realizei com alguns alunos, penso que o trabalho poderia ter sido muito mais frutífero para os alunos e, em certa medida também para mim enquanto investigadora. Em grande parte das sessões, os alunos não demonstraram um comportamento exemplar e, no final do segundo período o seu comportamento foi sempre piorando, salvo uma ou outra exceção. Embora alguns alunos revelem bastantes capacidades, devido ao seu fraco empenho e mau comportamento não atingem melhores resultados.

2.1.2 Trabalho Desenvolvido no Nível de 7º Ano

Relativamente aos conteúdos lecionados neste ano de escolaridade, pode-se dizer que foi um verdadeiro desafio prepará-los da melhor forma possível. O programa de Matemática é novo e, portanto, este foi o primeiro ano que foi aplicado no sétimo ano de escolaridade.

Juntamente com a Professora Orientadora, o núcleo de estágio participou na planificação das aulas havendo a necessidade de recorrer sistematicamente ao Programa de Matemática e às Metas Curriculares do Ensino Básico homologados a 17 de junho de 2013 e 3 de agosto de 2012, respetivamente. Este novo programa mostrou-se ao longo do ano letivo bastante exigente e, por isso, adequar estratégias para explicar determinados conceitos revelou-se uma autêntica "batalha". Por outo lado, devido à sua extensão, tornou-se ainda mais complicado cumpri-lo.

O manual adotado para o sétimo ano de escolaridade é o "*XIS*" da autoria de Paula Pinto Pereira e Pedro Pimenta que, está dividido em duas partes. Também não foi fácil trabalhar com este livro, uma vez que muitas explicações não estavam totalmente corretas ou completas. Face a esta problemática, muitas explicações tiveram de ser complementadas para que os alunos ficassem com a matéria devidamente registada.

Figura 2.1: Manuais adotados para o 7º ano de escolaridade na ESJP

O núcleo de estágio também participou na elaboração de matrizes e de algumas questões dos instrumentos de avaliação e de critérios específicos. Todas estas tarefas foram desenvolvidas em conjunto com a Professora Orientadora e os professores de Matemática que lecionam o mesmo nível de ensino. Ao participar nestas reuniões tive a oportunidade de trabalhar com várias pessoas experientes o que possibilitou a partilha e troca de muitas ideias, tornando assim o meu estágio pedagógico muito rico nesta vertente.

É de referir, que algumas das fichas de avaliação e questões de aula aplicadas aos alunos foram, integralmente, elaboradas pelo núcleo de estágio e, posteriormente aprovadas pela Professora Orientadora.

Relativamente à correção de todos os instrumentos de avaliação, após análise detalhada dos critérios específicos e da correção de alguns exemplares, em conjunto, a

Professora Orientadora propunha a correção de cinco. Posteriormente, a sua correção foi aferida pela mesma.

É importante salientar, que todas as tarefas realizadas foram discutidas com a Professora Orientadora. Discutir qual a melhor estratégia a adotar revelou-se uma experiência muito enriquecedora para mim enquanto futura professora. Em diversas reuniões de estágio quando surgiam dificuldades em perceber como se deveria explicar aos alunos determinado conceito ou construir um enunciado de um problema, a Professora Orientadora colocava sempre a célebre questão: "Então se fosse aluna como é que pensaria?". Esta pergunta foi muitas vezes o ponto de partida na execução de muitas tarefas.

É igualmente importante referir, que tanto ao nível do sétimo ano como ao de décimo, estar presente nas aulas lecionadas pela Professora Orientadora foi também uma mais-valia. As notas tiradas constituíram uma peça fundamental ao longo do estágio, na medida em que é crucial conjugar o conhecimento científico com a pedagogia da melhor forma possível.

2.1.3 Os Conteúdos de 7º Ano

O programa de sétimo ano preconiza a abordagem, pela ordem que se segue, dos seguintes domínios:

- Números e Operações;
- Geometria e Medida;
- Funções, Sequências e Sucessões;
- Álgebra;
- Organização e Tratamento de Dados.

Porém, os professores que lecionam o sétimo ano decidiram seguir a ordem apresentada no manual. Unanimemente, decidiu-se trocar o domínio da Álgebra com o das Funções, Sequências e Sucessões. Sendo assim, os conteúdos ficaram organizados da seguinte forma ao longo do ano letivo:

Tabela 2.1: Organização dos conteúdos de 7ºAno

Período	**Domínios**
1º	Apresentação
	Números e Operações
	Álgebra
	Funções, Sequências e Sucessões
2º	Funções, Sequências e Sucessões (continuação)
	Geometria e Medida
3º	Geometria e Medida (continuação)
	Organização e Tratamento de Dados

2.1.4 A Turma do 10ºB

A turma B do décimo ano no início deste ano letivo era constituída por 28 alunos. Mas, no final do mês de novembro, recebeu dois novos elementos, um dos quais é repetente e transferido de outra turma e, o outro foi transferido de outra escola. Por isso, atualmente a turma é constituída por 30 alunos. Contudo, um destes alunos anulou a matrícula a Matemática no segundo período. As suas idades variam entre os 14 e os 16 anos e é constituída maioritariamente por alunos do sexo masculino: 17 rapazes e 13 raparigas.

Pelo que observei ao longo do ano letivo, verifiquei que esta turma é bastante heterogénea. Considero que se pode dividir a turma em três grandes grupos: um grupo de alunos tem gosto em aprender Matemática, é esforçado, empenhado, participativo e, por isso, os resultados obtidos são muito bons; outro grupo de alunos, embora esforçado, não consegue acompanhar a exigência do Ensino Secundário devido à falta de pré-requisitos; os alunos que constituem o outro grupo são destabilizadores, irrequietos e pouco empenhados.

No geral, pode-se considerar que os alunos são bem comportados e respeitadores. Porém, no decorrer do ano letivo, alguns alunos revelaram-se pouco pontuais. Além do mais, apenas um grupo de alunos participa ativamente nas aulas e a maioria apenas está de "corpo presente", isto é, embora estejam calados não prestam atenção à explicação da professora.

Sendo a turma a que mais aulas lecionei, verifiquei exatamente o mesmo. A maioria dos alunos está calada mas distraída. Tal foi ainda mais flagrante, sobretudo, nas aulas assistidas pelos Professores da Faculdade.

Em termos sociais, pelo que pude verificar, a turma é bastante coesa. Os alunos estabeleceram laços fortes uns com os outros e todos se encontram bem integrados na turma.

2.1.5 Trabalho Desenvolvido no Nível de 10º Ano

À semelhança do sétimo ano de escolaridade, também no décimo ano o núcleo de estágio participou ativamente na prática letiva.

Participou na elaboração de matrizes e de algumas questões dos instrumentos de avaliação e de critérios específicos. Algumas das fichas de avaliação e questões de aula aplicadas aos alunos foram, integralmente, elaboradas pelo núcleo de estágio e, posteriormente aprovadas pela Professora Orientadora.

Relativamente à correção de todos os instrumentos de avaliação, após análise detalhada dos critérios específicos e da correção de alguns exemplares, em conjunto, a Professora Orientadora propunha a correção de cinco. Posteriormente, a sua correção foi aferida pela mesma.

A pedido da Professora Orientadora o núcleo de estágio também reformulou algumas fichas de trabalho de anos letivos anteriores de forma a complementar os conteúdos lecionados.

O manual adotado no décimo ano de escolaridade é o "*Novo Espaço 10*" da autoria de Belmiro Costa e Ermelinda Rodrigues que, está dividido em duas partes. O manual apresenta tarefas muito interessantes e os conteúdos são explicados de forma rigorosa. Constitui assim, com certeza, uma ferramenta muito importante no processo de aprendizagem do aluno.

Figura 2.2: Manuais adotados no 10º ano de escolaridade na ESJP

É importante referir que houve também um trabalho intenso subjacente à planificação de aulas, quer assistidas apenas pela Professora Orientadora quer pelos Professores da Faculdade.

Também a nível de décimo ano de escolaridade todas as tarefas desenvolvidas foram discutidas com a Professora Orientadora de forma a adequar a melhor estratégia a adotar.

2.1.6 Os Conteúdos de 10º Ano

A nível de décimo ano são abordadas os seguintes temas:

- Geometria no Plano e no Espaço;
- Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo;
- Estatística.

Estes temas foram lecionados pela ordem apresentada no Programa de Matemática do Ensino Secundário. Sendo assim, os conteúdos ficaram organizados da seguinte forma ao longo do ano letivo:

Tabela 2.2: Organização dos conteúdos de 10ºAno

Período	**Tema**
1º	**Geometria no Plano e no Espaço**
	Módulo inicial
	Resolução de problemas de geometria no plano e no espaço
	Referenciais no plano e no espaço. Condições no plano e no espaço
	Distância entre dois pontos. Lugares geométricos no plano e no espaço
	Vetores livres no plano e no espaço
	Retas no plano
2º	**Funções e Gráficos. Funções polinomiais. Função módulo**
	Funções e gráficos
	Transformações e simetrias do gráfico de uma função
	Funções quadráticas
	Função módulo
	Funções polinomiais
3º	**Estatística**
	O objeto da estatística. Conceitos básicos
	Organização e apresentação dos dados
	Medidas de localização
	Medidas de dispersão
	Distribuições Bidimensionais

2.1.7 Aulas Lecionadas

No que diz respeito às planificações das unidades de décimo ano, estas já estavam devidamente preparadas quando o núcleo de estágio chegou à ESJP dado que, o programa já foi trabalhado várias vezes pela Professora Orientadora e pelos seus colegas. Apenas foi necessário fazer alguns ajustes na planificação anual de acordo com o calendário do presente ano letivo.

Com as planificações devidamente elaboradas, tornou-se mais fácil organizar a prática letiva e prever antecipadamente que matérias poderiam ser lecionadas, quer a nível de décimo ano quer também, a nível de sétimo ano. É claro que sempre que se considerou conveniente, foram feitas alterações nos planos de unidade, sobretudo a nível de sétimo ano, dado ter-se em mãos um novo programa de Matemática.

É igualmente importante destacar, que nas aulas de décimo ano, o recurso à calculadora gráfica foi uma constante principalmente no segundo período, porque o programa de Matemática assim o exige no estudo das Funções. Pelo que pude observar da minha prática letiva, o recurso a esta tecnologia constituiu, na generalidade, uma fonte de motivação para os alunos, embora não tenha produzido efeitos significativos na aprendizagem dos alunos.

<u>Primeiro Período</u>

As planificações das aulas do primeiro período foram realizadas em conjunto pelas duas alunas estagiárias, à exceção da planificação da aula assistida pelos Professores da Faculdade. Após a discussão de conteúdos a lecionar e escolha de exercícios a resolver nas aulas, os planos de aula foram lidos e revistos pela Professora Orientadora que sempre partilhou as suas ideias e sugestões.

A primeira aula que lecionei foi no dia 14 de outubro de 2013 e foi o primeiro contacto que tive com a turma B do décimo ano. O conteúdo lecionado nesta aula incidiu na definição e propriedades do dual de um poliedro. Na abordagem deste conteúdo, foi estabelecido um diálogo com os alunos e, também, foi utlizado um *applet* cujo objetivo se centrava em visualizar determinados sólidos e respetivos duais. Desta forma, apelou-se à participação dos alunos na discussão das propriedades dos sólidos e dos seus respetivos duais. Seguidamente, foi proposta a resolução de uma tarefa do manual que pretendia relacionar o cubo e o seu dual, o octaedro.

No final de cada aula, a Professora Orientadora reuniu-se com as alunas estagiárias para aferir alguns aspetos. Este processo foi muito importante no sentido em que trouxe inúmeras vantagens na prática letiva, quer ao nível do rigor matemático quer ao nível da pedagogia. O balanço das aulas constituiu um verdadeiro caminho de aprendizagem ao longo do estágio pedagógico, pois desta forma, as dificuldades eram apontadas e esclarecidas permitindo-me não cometer os mesmos erros nas aulas seguintes a lecionar.

A segunda aula lecionada foi a 28 de outubro de 2013. O principal objetivo desta aula passava por definir matematicamente as condições que caracterizam as bissetrizes dos quadrantes ímpares e pares. Para tal, os alunos foram solicitados a resolver duas pequenas questões cujo enunciado foi escrito no quadro. Na resolução destas questões, a professora estabeleceu um diálogo com a turma de forma a apelar à participação dos alunos. Posteriormente, foram resolvidos exercícios do manual para consolidar a matéria dada.

A terceira aula que lecionei foi a 31 de outubro de 2013. Os conteúdos abordados incidiram nas operações de conjunção e disjunção de condições. Com a resolução de duas pequenas questões pretendia-se que os alunos concluíssem o seguinte:

- à conjunção de condições corresponde a interseção de conjuntos.
- à disjunção de condições corresponde a reunião de conjuntos.

A quarta aula decorreu a 4 de novembro de 2013. Nesta aula foi introduzida a operação negação de condições. Seguidamente, foram resolvidos exercícios do manual envolvendo condições com módulos. Para introduzir a operação negação de condições foi resolvida, no quadro, uma pequena questão com a participação de toda a turma.

A quinta aula lecionada foi dedicada ao estudo das Leis de De Morgan e decorreu a 5 de novembro de 2013. A metodologia adotada foi semelhante à das aulas anteriores. Foram escritas , no quadro, duas questões, com o objetivo de promover a discussão na turma e interação entre alunos. Com estas duas questões os alunos concluíram que:

- a negação de uma conjunção de condições é equivalente à disjunção das negações das condições.

- a negação de uma disjunção de condições é equivalente à conjunção das negações das condições.

A última aula que lecionei no primeiro período decorreu a 19 de novembro de 2013 e foi assistida pelo Professor Doutor Filipe Marques. O conteúdo foi dedicado à dedução da equação da circunferência em $\mathbb{R}^2$. Para tal, realizei uma ficha de trabalho que orientava o raciocínio dos alunos. A resolução da ficha de trabalho foi acompanhada por uma apresentação em PowerPoint com o objetivo de promover a discussão na turma. Após a resolução da ficha de trabalho, foi proposto aos alunos a resolução de exercícios do manual adotado. Na generalidade, considero que a aula decorreu como havia sido planeada e os alunos gostaram bastante da atividade preparada.

No final da aula, à semelhança da Professora Orientadora, também o Professor Doutor Filipe Marques fez um balanço da atividade letiva. Foram apontados os erros cometidos e algumas sugestões para que nas aulas futuras não fossem repetidos os mesmos lapsos.

Tabela 2.3: Aulas lecionadas no 1º Período

Aulas	Conteúdos
Primeira aula 14 de outubro	Dual de um Poliedro
Segunda aula 28 de outubro	• Bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares. • Semiplanos.
Terceira aula 31 de outubro	Conjuntos definidos por conjunções e disjunções de condições
Quarta aula 4 de novembro	• Condições com módulos. • Negação de condições.
Quinta aula 5 de novembro	Leis de De Morgan
Sexta aula 19 de novembro	Equação da circunferência

Segundo Período

Neste período lecionei na, totalidade, doze aulas: dez à turma do 10ºB, uma à turma C do mesmo ano e uma à turma do 7ºA.

A primeira aula decorreu a 28 de janeiro de 2014 e foi dado destaque ao estudo da Função Afim. Nesta aula, os alunos realizaram uma atividade de exploração com o recurso à calculadora gráfica. À medida que os alunos chegavam às suas conclusões, com o auxílio do *software* para o professor da TI-Nspire, a professora ia projetando os gráficos de modo a apelar à discussão dos resultados obtidos pelos alunos. Seguidamente, foram resolvidos exercícios do manual adotado.

Para consolidar os conteúdos relativos ao estudo da Função Afim, na segunda e terceira aulas que, decorreram a 30 de janeiro 2014 e a 4 de fevereiro de 2014, foi proposto aos alunos a resolução de exercícios do manual.

No estudo da Função Quadrática, à semelhança da metodologia das duas aulas anteriores, também nas quarta e quinta aulas (6 e 10 de fevereiro), os alunos realizaram uma atividade de exploração com o objetivo de estudar as propriedades desta função.

Na sexta e oitava aulas, foram resolvidos exercícios e problemas envolvendo a Função Quadrática. Estas aulas foram de cariz mais prático e revelaram-se bastante importantes para os alunos, uma vez que aprenderam a resolver diversas situações quer analiticamente quer graficamente. As aulas decorreram a 11 e 13 de fevereiro.

Tal como a sexta aula, também a sétima aula decorreu a 13 de fevereiro, tendo sido lecionada à turma do 7ºA. Nesta aula foi abordado o conceito de operações com funções numéricas através de uma pequena atividade do manual adotado. Com esta atividade, pretendia-se que os alunos concluíssem que para somar duas funções estas têm que ter o mesmo domínio e, que, a imagem de cada elemento do domínio pela soma de duas funções é igual à soma das respetivas imagens por cada uma das mesmas. Seguidamente, foi resolvido um exercício de aplicação do manual. É importante também referir, que esta aula apenas teve a duração de quarenta e cinco minutos.

As nona e décima aulas foram assistidas pela Professora Doutora Maria Helena Santos e pelo Professor Doutor Filipe Marques. A primeira aula decorreu a 17 de fevereiro e o seu conteúdo foi dedicado à aprendizagem de resolução de inequações do segundo grau. Na segunda aula, a 18 de fevereiro, foram resolvidos problemas e exercícios do manual adotado a fim de consolidar os conhecimentos adquiridos na aula anterior. Após a lecionação de cada aula, foi feito um balanço das mesmas pelos orientadores científicos. Foram apontados aspetos a melhorar e também algumas sugestões.

Por fim, as décima primeira e décima segunda aulas foram lecionadas a 25 de março. O conteúdo abordado foi a divisão inteira de polinómios e foram realizados exercícios de aplicação do manual. Neste dia, a Professora Orientadora teve que se ausentar e, por este motivo, fiquei encarregue de lecionar a mesma aula às duas turmas de décimo ano.

Tabela 2.4: Aulas lecionadas no segundo período

Aulas	**Conteúdos**
Primeira aula 28 de janeiro	Função Afim e suas propriedades
Segunda e terceira aulas 30 de janeiro e 4 de fevereiro	Função Afim e suas propriedades: resolução de exercícios e problemas
Quarta e quinta aulas 6 e 10 de fevereiro	Função Quadrática e suas propriedades
Sexta e oitava aulas 11 e 13 de fevereiro	Função Quadrática e suas propriedades: resolução de exercícios e problemas
Sétima aula 13 de fevereiro	Operações com funções numéricas (7ºano)
Nona e décima aulas 17 e 18 de fevereiro	Inequações do 2º grau
Décima primeira e décima segunda aulas 25 de março	Divisão inteira de polinómios

<u>Terceiro Período</u>

No terceiro período lecionei três aulas: a primeira decorreu a 13 de maio e a segunda e a terceira no dia 27 do mesmo mês.

A primeira aula foi assistida pelo Professor Doutor Filipe Marques e o seu conteúdo foi dedicado ao estudo das medidas de tendência central: média, moda e mediana. Para tal, elaborei uma ficha de trabalho cujo tema incidiu sobre saúde pública. Após a sua resolução, foi proposto aos alunos a resolução dos exercícios disponibilizados no final da ficha. No geral, a aula decorreu com tinha sido planeada e penso que os alunos gostaram da tarefa proposta.

As segunda e terceira aulas foram lecionadas no mesmo dia, 27 de maio, e foram realizadas revisões para o teste de avaliação. Neste dia, a Professora Orientadora não pôde comparecer na escola e, por esta razão, lecionei a mesma aula às duas turmas de décimo ano.

Tabela 2.5: Aulas lecionadas no terceiro período

Aulas	Conteúdos
Primeira aula 13 de maio	Medidas de tendência central: média, moda e mediana.
Segunda e terceira aulas 27 de maio	Revisões para o teste de avaliação.

2.2 Direção de Turma

As alunas estagiárias participaram ativamente em todas as tarefas da Direção de Turma da Professora Orientadora.

Estas tarefas incluíram a redação de algumas atas dos Conselhos de Turma e das reuniões com os Encarregados de Educação, registo das faltas dos alunos no sistema da escola e arquivo das suas justificações, organização do dossier da turma, acompanhamento da Professora Orientadora em reuniões individuais com os EE na hora de atendimento semanal e preparação da logística inerente às reuniões com EE.

O trabalho de registo de faltas no sistema da escola foi bastante intenso, uma vez que muitos elementos da turma são pouco assíduos. Todas as semanas se verificou que o livro de ponto estava bastante "preenchido" no que concerne à marcação de faltas pelos professores. Dada esta situação, foi necessário comunicar a alguns EE o excessivo número de faltas dadas pelos seus educandos. As comunicações, por escrito, foram efetuadas por mim com o apoio "precioso" da funcionária Humberta Sanches que sempre se mostrou disponível em colaborar.

Dado tratar-se de uma turma bastante agitada, irrequieta e desinteressada, em todas as reuniões de EE, a Professora Orientadora apelou à ajuda dos pais no sentido de, em conjunto, serem definidas estratégias para ultrapassar este problema. Nas reuniões de Conselho de Turma, todos os professores manifestaram a mesma opinião: a turma revela-se, sobretudo, bastante agitada.

Após a minha colega estagiária ter colocado atestado médico, as tarefas referidas ficaram a meu cargo, assim como a verificação da resolução dos trabalhos de casa nesta turma.

2.3 Reuniões Assistidas

Ao longo deste ano letivo tive a oportunidade de participar em diversas reuniões. Participei em todas as reuniões do Conselho de Turma das turmas atribuídas à Professora Orientadora. Além destas reuniões, também participei em duas reuniões do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas: a primeira decorreu a 9 de setembro de 2013 e o propósito da sua realização foi a eleição do coordenador de Departamento, o Professor Luís Dentinho; a segunda decorreu a 11 de dezembro de 2013 e um dos principais objetivos da sua realização esteve relacionado com o estabelecimento de metas de sucesso para a disciplina de Matemática na ESJP nos vários níveis de ensino.

Assisti também a uma reunião do Grupo de Matemática onde foi eleita a subcoordenadora, a Professora Dulce Neta.

No final de cada período letivo, estive também presente nas reuniões de aferição de avaliações de todos os alunos de sétimo e décimo ano da escola.

No que diz respeito às reuniões com EE, participei em três reuniões da turma C do décimo ano uma vez que a Professora Orientadora era a sua Diretora de Turma. A primeira reunião decorreu a 4 de novembro de 2013, a segunda a 6 de janeiro de 2014 e a terceira a 28 de abril de 2014.

Para além da participação em todas as reuniões referidas, é muito importante mencionar que todas as semanas as alunas estagiárias reuniram-se com a Professora Orientadora. Nestas reuniões eram discutidas diversas questões no que diz respeito à realização das planificações de aulas, dos testes e das fichas de trabalho, correção de testes e planificação de projetos. Assim sendo, estas reuniões revelaram-se uma mais-valia no decorrer do estágio pedagógico.

2.4 Concursos e Projetos

Incentivar o gosto pela Matemática é um dos grandes objetivos dos docentes de Matemática da ESJP. Para tal, todos os anos letivos o Grupo de professores desta disciplina, organiza concursos de forma a despoletar nos alunos o gosto por esta ciência. Neste ano letivo não foi diferente. Foram organizadas as seguintes atividades:

- Palestras e atividades integradas na semana do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas:

    - "De Regresso ao Lego" (Atividade)
    - "Criptografia – Uma Introdução" (Palestra)

    Quer a atividade quer a palestra foram dinamizadas por professores da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, os Professores Paulo Doutor e Cláudio Fernandes.
    Foi uma manhã magnífica. Os alunos reagiram muito bem aos conteúdos abordados pelos professores e mostraram-se muito interessados em resolver as tarefas apresentadas.

- Concurso Pitágoras 7 e Concurso Pitágoras 10

    Estes concursos decorrem a nível interno da escola e foram destinados aos alunos de sétimo e décimo ano da ESJP. São dinamizados pela Professora Orientadora pelo que, fiquei encarregue de realizar as questões de cada prova cujos enunciados estão arquivados no dossier de estágio.

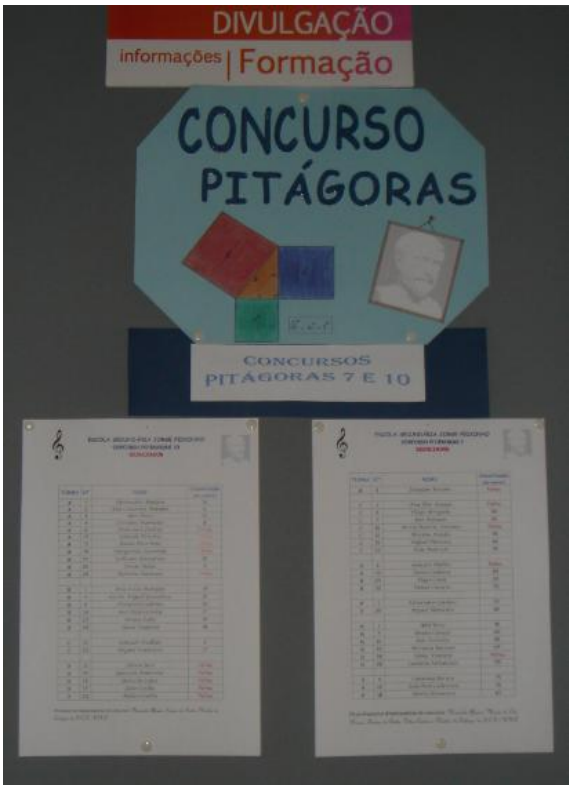


Figura 2.3: Divulgação dos resultados do Concurso Pitágoras

- Sessão de Entrega de Prémios que incluirá a apresentação dos projetos desenvolvidos por alguns alunos do 11.ºA na Escola de Verão MatNova. Os trabalhos dos alunos incidiram nos seguintes temas:
  - Matemática Computacional;
  - Sabes qual é a probabilidade de ganhar o Euromilhões? .

- Olímpiadas da Matemática

  Neste concurso participei na correção de algumas provas.

Além das competições matemáticas referidas, também decorreram na ESJP, este ano letivo, os concursos matemáticos Pangea e SuperTmatik.

Relativamente a projetos desenvolvidos, participei ativamente no projeto "A Escola e as Famílias", cuja organização é dinamizada pela Professora Orientadora, Professora Manuela Afonso e núcleo de estágio. Com a dinamização deste projeto pretende-se promover a interação entre a escola e os EE e, nesta sequência, as alunas estagiárias sugeriram aos alunos e respetivos EE a sua participação em dois projetos distintos:

- "Agricultura Familiar – Desenvolvimento Sustentável", dado que o ano 2014 é o Ano Internacional da Agricultura Familiar;
- "Ao Encontro de Padrões Geométricos.

No primeiro projeto foi proposto aos alunos e respetivos EE a realização de sementeiras e, no segundo, a identificação de padrões geométricos em monumentos públicos, cujos resultados foram expostos numa feira escolar no final do ano letivo. A feira escolar foi um sucesso e os alunos mostraram-se participativos e interessados, sobretudo os mais jovens. Com a realização de um *workshop*, os alunos tiveram a possibilidade de observar como se podem plantar diversas leguminosas.

Figura 2.4: Projeto das Sementeiras

Figura 2.5: Projeto Padrões Geométricos

Além destes dois projetos, também foram organizadas campanhas de solidariedade que decorreram ao longo do ano letivo:

- Campanha Ser Solidário;
- Campanha Brinquedo Solidário;
- Campanha Tampinha.

Figura 2.6: Cartazes das Campanhas de Solidariedade

A divulgação destes projetos e campanhas solidárias foi feita através da página da escola pelas alunas estagiárias por iniciativa das mesmas. Todos os documentos referentes à organização dos projetos e campanhas foram colocados na plataforma moodle da ESJP para que toda a comunidade escolar tivesse acesso.

Além de participar em todas as atividades referidas, também participei a 8 de abril de 2014 no "V Encontro de Educadores e Professores de Montijo e Alcochete" organizado pelo Centro de Formação de Professores de Montijo e Alcochete que decorreu no Cinema-Teatro Joaquim de Almeida na cidade do Montijo. Foram convidados diversas personalidades para debater vários temas tais como: Desenvolvimento Profissional dos Professores, Ensino Vocacional e Profissional, Trabalho Colaborativo, Auto Avaliação de Escolas, entre outros… Foi um dia de convívio entre os vários docentes assim como um dia de partilha de ideias e convicções.

2.5 Conclusões

O estágio pedagógico constituiu, sem dúvida, uma peça fundamental na minha formação enquanto futura professora. Neste percurso, tomei consciência de todo o trabalho que o professor tem de desenvolver e das dificuldades com que se depara na sua prática letiva. É pois necessário conjugar da melhor forma as componentes pedagógica e científica, o que por vezes, não se revela uma tarefa fácil. Porém, com a ajuda da Professora Orientadora penso que consegui conjugar estas duas dimensões.

Ao acompanhar as aulas lecionadas da Professora Orientadora tive oportunidade de observar o rigor científico que colocava na sua abordagem, assim como as diversas metodologias que adotou para o fazer. As chamadas de atenção de pequenas subtilezas foram também um aspeto que achei bastante interessante na sua prática letiva, uma vez que a atenção ao detalhe em Matemática faz toda a diferença.

Também aprendi bastante na realização dos instrumentos de avaliação, dado que foram elaborados em conjunto com os professores que lecionam o mesmo ano letivo, possibilitando a troca de ideias e sugestões, o que de facto contribuiu substancialmente para a minha formação.

Devo também referir, que o papel do professor não passa somente em transmitir conhecimentos, mas também incutir nos alunos diversos deveres, tais como o da responsabilidade. A Professora Orientadora fez sempre questão de alertar os alunos para os seus deveres enquanto tal. Além disso, fez sempre questão de valorizar a pontualidade dos alunos. Desta forma, tive a oportunidade de observar que o papel do professor passa também pela educação dos alunos.

É de referir também, que aprendi bastante qual o papel de Diretor de Turma e quais as funções inerentes a este cargo. Preparação de reuniões com Encarregados de Educação, redação de atas e registo de faltas no sistema da escola foram algumas das tarefas que realizei no âmbito da Direção de Turma.

No que diz respeito às turmas atribuídas à Professora Orientadora, na sua generalidade, eram constituídas por alunos desinteressados pela disciplina de Matemática, tornando-se uma tarefa difícil cativar os alunos e incentivá-los a trabalhar.

Contudo, globalmente, considero que cumpri todas as tarefas solicitadas procurando sempre o desenvolvimento do conhecimento matemático do aluno assim como o seu crescimento enquanto pessoa. No entanto, o estágio pedagógico permitiu perceber que tenho um longo caminho a percorrer relativamente à conjugação do domínio científico e pedagógico. Porém, pude concluir que para ocorrer a aprendizagem efetiva do aluno não basta que o professor cumpra somente o seu papel, é também necessário que o aluno cumpra o seu dever: o de estudar.

PARTE II

Trabalho de Investigação

CAPÍTULO 3 – Introdução

A escolha do tema de investigação revelou-se uma tarefa difícil, pelo que por sugestão da Professora Orientadora, consultei o livro *"O PROFESSOR FAZ A DIFERENÇA"* da autoria de José Lopes e Helena Silva (2010) com o intuito de retirar algumas ideias para a realização do estudo.

Um dos conceitos abordados neste livro, despertou-me bastante a atenção: o conceito de "Aprendizagem Mestria", que consiste num processo de ensino-aprendizagem. Isto é, um dado conteúdo é abordado pelo professor em sala de aula e, posteriormente, os alunos serão alvo de uma tarefa diagnóstica com o objetivo de aferir quais os conhecimentos adquiridos. Caso o aluno demonstre não saber o que lhe fora ensinado, realizará tarefas de remediação para colmatar as falhas detetadas previamente. Caso contrário, será alvo de tarefas de enriquecimento de forma a desenvolver o seu raciocínio.

Quer com as tarefas de remediação quer com as de enriquecimento, pretende-se abordar o conteúdo em questão com recurso a diferentes metodologias de forma a possibilitar aos alunos uma aprendizagem o mais variada possível. Deste modo, pretende-se que os alunos se tornem "Mestres" no conteúdo abordado.

Assim sendo, a realização deste estudo é de facto bastante pertinente uma vez que a aprendizagem do aluno é o ponto de partida do trabalho de investigação. Perceber quais as dificuldades e, também, de que forma os conhecimentos dos alunos poderão evoluir é um aspeto fundamental no ensino da Matemática.

3.1 Objetivos e Questões do Trabalho de Investigação

O estudo descrito neste trabalho, terá como base fundamental os princípios do modelo de ensino-aprendizagem: "Aprendizagem Mestria".

Os principais objetivos do trabalho são:

- Operacionalizar o modelo de "Aprendizagem Mestria" no domínio da Álgebra mais especificamente no subdomínio das Equações Algébricas.

- Compreender de que forma este processo de ensino-aprendizagem permite ao aluno perceber os conceitos abordados.

- Perceber se o desempenho dos alunos e a compreensão dos conceitos melhoraram face às metodologias utilizadas.

Além disso, este trabalho também terá como objetivo a procura de diferentes metodologias de ensino, com o intuito de colmatar falhas na aprendizagem de um dado conteúdo, por forma a que os alunos se tornem "Mestres" no mesmo. Pretende-se, assim, lecionar o conteúdo de outra forma e com outros recursos com a finalidade de melhorar os conhecimentos dos alunos.

Pretende-se também neste trabalho conceder uma nova oportunidade de aprendizagem aos alunos, isto é, é disponibilizada uma nova oportunidade de aprender e de aprofundar os seus conhecimentos na tentativa de se tornarem matematicamente competentes. A discussão e esclarecimento de dúvidas permitem aos alunos acompanharem com sucesso a unidade temática seguinte, pois no caso da disciplina de Matemática, é fundamental criar uma base sólida de conhecimentos para progredir com êxito. É também relevante salientar, que os alunos com melhores capacidades de aprendizagem deverão ser estimulados com atividades de enriquecimento.

Promover uma discussão, procurando o debate de ideias sobre novas metodologias a implementar, desenvolvendo estudos mais elaborados, na medida em que poderão ajudar o professor – e, consequentemente o aluno - a adotar metodologias mais personalizadas para os seus alunos de forma a que consigam ultrapassar as suas dificuldades e desenvolver/aprofundar os seus conhecimentos, também é um objetivo deste trabalho. Neste sentido, os alunos poderão encarar a disciplina de Matemática de uma perspetiva mais otimista.

Associadas a estes objetivos, surgem as seguintes questões de investigação:

1. Como é que as diferentes metodologias de ensino utilizadas influenciam a aprendizagem dos alunos?

2. Face ao grupo de alunos participantes, quais são as metodologias mais adequadas?

3. Como contribuiu o modelo de Aprendizagem Mestria para a compreensão dos conceitos em estudo?

4. Como é possível caracterizar a aprendizagem dos alunos com base nesta abordagem?

São estas as questões a que se tentará responder ao longo deste trabalho, especificamente no capítulo da análise de dados e no capítulo das conclusões.

CAPÍTULO 4 – Revisão de Literatura

Com o intuito de sistematizar os fundamentos teóricos deste trabalho, neste capítulo, em primeira análise, é realizada uma pequena referência à aprendizagem e ensino assim como à aprendizagem em Matemática. Seguidamente, é apresentada a base tórica do conceito "Aprendizagem Mestria" e, por fim é realizada uma síntese relativamente à aprendizagem da Álgebra.

4.1 A Aprendizagem e o Ensino

No decorrer das aulas, o professor ao propor diversas situações de aprendizagem, verifica que os alunos apresentam uma multiplicidade de formas para resolver o que lhes é proposto. Algumas delas revelam-se pouco eficazes, pouco lógicas, enquanto outras se revelam bastante satisfatórias. Por isso, cabe ao professor compreender o que aluno fez ou quis fazer, por forma a ajudá-lo de modo mais direto e eficaz nas suas aprendizagens. Isto é, o professor deverá "atender às necessidades e características diferentes dos alunos e aplicar variantes didáticas que respondam a esta diversidade, superando assim procedimentos normalizados com que a rotina tradicional se prende: ensinar todos como se fossem um só" (Duarte, 2004, p.34).

Deste modo, o processo de aprendizagem revela-se incontestavelmente complexo, pois há que considerar três intervenientes fundamentais para que funcione: o aluno, o assunto a ser ensinado e o professor. Bordenave e Pereira consideram importante que:

> - a motivação do aluno, os conhecimentos que já adquiriu, a relação com o professor e a sua atitude relativamente à matéria ou disciplina;
> - a estrutura do conteúdo, isto é, os seus componentes e relações;
> - as instruções do professor;
>
> são princípios determinantes para que a aprendizagem se concretize. Por isso, a atuação do professor e a escolha de um modelo pedagógico são determinantes na aprendizagem efetiva do aluno (p.41).

Tabela 4.1 Fatores que influenciam o processo de aprendizagem

ALUNO	ASSUNTO	PROFESSOR
• Motivações. • Conhecimentos prévios. • Relação com o professor. • Atitude com a disciplina.	• Estrutura: componentes e relações. • Ordem de apresentação.	• Comunicação verbal de instruções. • Relação com o aluno. • Atitude com a matéria ensinada.

Contudo, outros princípios se destacam igualmente como de extrema importância no processo de aprendizagem (Vosniadou, citado por Lopes & Silva, 2010):

- A aprendizagem exige a participação ativa do aluno.
- É fundamental uma atividade social.
- Os alunos devem saber como planear e controlar a sua aprendizagem, como estabelecer os seus próprios objetivos de aprendizagem, bem como corrigir os erros.
- Por vezes, o conhecimento anterior pode dificultar aprender algo novo. Nesse caso, os alunos devem aprender a resolver as contradições entre o seu conhecimento prévio e o conhecimento a aprender e a reestruturar, quando necessário, o primeiro.
- Estratégias eficazes e flexíveis ajudam a compreender, a raciocinar, a memorizar e a resolver problemas.
- A aprendizagem demora um tempo considerável e exige períodos de prática para assegurar o domínio do conhecimento.

Colocar em prática a arte de ensinar de acordo com os princípios de aprendizagem enunciados, exige dos professores a utilização de várias estratégias eficientes e, exige também, que revelem elevados níveis de flexibilidade para adaptarem estratégias e para alterarem o clima da sala de aula tradicional. Consequentemente, os professores ajudam os alunos a atingir objetivos por eles próprios, garantindo significativos progressos no seu processo de aprendizagem. Isto é, "os alunos assimilam ativamente informação e experiências e constroem os seus próprios significados"(Matos & Serrazina, 1996, p.33).

Nesta linha de pensamento, um professor eficiente e preocupado deverá concentrar a sua atenção no desenvolvimento cognitivo dos alunos relativamente ao conteúdo que está a ensinar: "o objetivo é ajudar os alunos a desenvolver esquemas cognitivos explícitos para que autorregulem a sua aprendizagem"(Lopes & Silva, 2010, p. XX).

Para tal, torna-se essencial que o professor controle, classifique e avalie os progressos realizados pelos alunos, o que permite perceber se os mesmos compreenderam ou não determinado conceito. Quer dizer, fornecem-lhes *feedback* frequente, possibilitando a identificação de falhas/erros que mais tarde, provavelmente, não serão cometidos.

Desta forma, o professor centra a sua prática no desenvolvimento do raciocínio e pensamento do aluno, adequando as suas práticas da melhor forma para que tal seja concretizável. Por este motivo, a escolha de atividades apropriadas revela-se um processo bastante pertinente na aprendizagem do aluno:

> A seleção de atividades de ensino-aprendizagem é importantíssima, porque dela dependerá o aluno crescer ou não como pessoa. Porque enquanto o conteúdo da matéria informa, os métodos formam. Assim, por exemplo, se o conteúdo da matéria a ensinar é o conceito de liberdade, a transmissão deste conteúdo apenas informará ao aluno sobre a definição de liberdade; o método que o professor utilizar para ensinar-lhe é o que realmente fará o aluno viver e sentir o que é a liberdade. O método ensinar-lhe-á a ser livre ou a ser dominado (Bordenave & Pereira, 1995, p.86).

A experiência do professor, objetivos de aprendizagem, tempo disponível, tipo de aprendizagem, limitações da atividade de ensino, tipos de alunos e a aceitação e experiências dos mesmos são fatores a considerar na escolha de atividades de ensino-aprendizagem.

4.2 A Aprendizagem em Matemática

É do conhecimento geral, que aprender Matemática, não pode ser feito só de "ouvir falar" nem de "ver fazer". Se assim fosse, bastaria que os alunos visualizassem alguns vídeos, e o professor estaria a desempenhar um papel insignificante no sistema. Aprender Matemática exige trabalho, dedicação, concentração e persistência. A apreensão de conceitos matemáticos não acontece repentinamente, leva o seu tempo até que sejamos capazes de os utilizar num outro qualquer contexto.

Os alunos não devem tomar a posição de espectador na aula de Matemática. A sala de aula deverá ser vista como um local de trabalho, onde os alunos adquirem conhecimentos. O objetivo do aluno deve ser aprender, pois é o seu trabalho. "Não se aprende o que é Matemática sem se tentar compreender as coisas por si próprio, o que por sua vez implica, naturalmente, ir além daquilo que o livro ou o professor referir" (Santos, 2007, p.6).

Ao aprender, ao ganhar novas competências, o aluno "torna-se mais capaz de resolver problemas, sejam eles do tipo que forem. À medida que vai resolvendo problemas vai aumentando a sua capacidade de os enfrentar" (Carvalho, 2005, p.28).

É claro, que o professor deve proporcionar ao aluno o apoio necessário e suficiente para que faça progressos na resolução de problemas que lhe são colocados. O progresso estimula o aluno para avançar com confiança. A este propósito, Polya (1977) em a "Arte de Resolver Problemas" afirma que:

- um dos mais importantes deveres do professor é o de auxiliar os seus alunos, o que não é fácil, pois exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes.
- o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. O professor deverá auxiliar, nem de mais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável de trabalho.

O professor deve encontrar estratégias para fazer o aluno trabalhar, de preferência, na própria aula. De um modo geral, a maior parte dos alunos não trabalha em casa de forma regular (Carvalho, 2005). Assim sendo, a alternativa passará por fazê-los trabalhar nas aulas. Contudo, o aluno deve ter presente que a sua tarefa enquanto aluno é aprender.

Para os alunos aprenderem Matemática é preciso ter em linha de conta os conhecimentos que já possuem, as suas capacidades e sentimentos:

> O aluno não pode ser considerado como uma caixa vazia que o professor deverá encher com saber. Também não podemos considerar que os alunos eliminam os seus conhecimentos antigos para os substituir por novos. Todo o indivíduo que aprende, recria e reorganiza no seu pensamento o que se lhe transmite. Portanto, é preciso permitir-lhe efetuar essa reconstrução tendo em consideração os seus conhecimentos anteriores (Vlassis & Demonty, 2002, p. 37).

Deve ser enfatizada uma abordagem ao desenvolvimento em vez de uma abordagem à aprendizagem teórica. Quando tal não acontece, o ensino formal não joga com o pensamento dos alunos o que lhes irá parecer estranho e difícil. Muitas vezes, as consequências são um conhecimento rotineiro, dificuldades de aprendizagem e muita insegurança (Matos & Serrazina, 1996).

Por outro lado, é muito importante que na aula de Matemática, os alunos esclareçam as suas dúvidas. Muitos alunos têm a ideia de que é melhor não colocar perguntas aos professores, pois podem parecer disparatadas. No entanto, muitas destas dúvidas representam um enorme obstáculo no progresso da aprendizagem do aluno. Por isso, devem ser esclarecidas enquanto é tempo (Santos, 2007). Os erros são a evidência de dificuldades que é necessário identificar e remediar, "deixá-los emergir permite situar o nível de conhecimentos dos alunos para os levar a ultrapassá-los" (Vlassis & Demonty, 2002, p. 37).

Tendo em consideração todos estes aspetos podemos afirmar, que não se aprende sem trabalhar os assuntos, sem se fazer. E isto é aplicável tanto para a Matemática, como para o Português, ou para qualquer outra área. Cada matéria terá a sua maneira própria de o fazer (Carvalho, 2005).

4.3 O Modelo de Ensino-Aprendizagem *Mastery Learning*

Desde sempre, na História da Educação, os professores lidaram com a problemática de definir estratégias de ensino-aprendizagem adequadas para os seus alunos.

Melhorar a qualidade da sua instrução leva-os a acreditar que grande parte dos alunos está apta a aprender os conteúdos programáticos a níveis bastante aceitáveis (Gaspar *et al.*, s.d., p. 195):

> O modelo de ensino que visa *Mastery Learning* permite planear sequências de instrução com o objetivo de que todos os estudantes possam atingir um nível de performance razoável num dado conteúdo.

É com base nesta perspetiva otimista que estão definidos os princípios orientadores da Aprendizagem Mestria. Este modelo de ensino-aprendizagem foi desenvolvido com o intuito de proporcionar ao aluno instrução de elevada qualidade mas também instrução mais individualizada. Na teoria, todos os estudantes devem estar aptos a aprender e a tornarem-se "mestres" em qualquer disciplina sob condições favoráveis de aprendizagem (Kulik *et al*., 1990, p.266):

> (…) With *Mastery Learning*, each student is given the amount and kind of instruction individually needed. Instruction varies according to need, and the end result is a uniformly high level of performance for all.

Com este processo de ensino-aprendizagem pretende-se que os alunos tenham uma nova oportunidade de aprendizagem de acordo com as suas necessidades e capacidades, mas também uma possibilidade de desenvolver o seu raciocínio e de atingir um nível mais elevado em termos de conhecimentos.

4.3.1 O Modelo de Aprendizagem de John Carrol

Embora as raízes do *Mastery Learning* sejam encontradas na antiguidade grega, foi sobretudo a publicação "A Model for School Learning" em 1963, de John Carroll, que influenciou profundamente o desenvolvimento deste modelo de ensino-aprendizagem.

Carroll, no seu artigo, põe em causa o conceito de aptidão do aluno definido até à data. Acrescenta que este conceito tinha sido tradicionalmente entendido como o nível que o aluno conseguia atingir numa determinada disciplina, isto é, alunos com um elevado nível de aptidão estariam aptos a compreender conteúdos mais complexos, enquanto que alunos com níveis de aptidão mais baixos apenas compreenderiam os conceitos mais básicos.

Deste ponto de vista, o aluno era visto como bom aprendente ou como fraco aprendente. Carroll rejeita esta teoria com o seguinte argumento (Marteleira, 2010, p.16):

> (…) todas as crianças têm o mesmo potencial de aprendizagem, desde que lhes seja dado o tempo necessário. Assim sendo, o que distingue os alunos é o facto de aprenderem maios ou menos rapidamente – diferentes ritmos de aprendizagem.

Carrol propôs um modelo de aprendizagem baseado nesta perspetiva, isto é, cada aluno tem o seu ritmo de aprendizagem e precisa de determinado tempo para aprender, e se o mesmo utilizar o tempo adequadamente, por conseguinte, irá atingir o nível de conhecimento previamente estabelecido. Mas se não for disponibilizado tempo suficiente ou se não for despendido o tempo necessário para a sua aprendizagem, consequentemente aprenderá muito menos.

Deste modo, o grau de aprendizagem é expresso em função do tempo que o aluno lhe dedica relativamente ao tempo de que precisa para aprender: "(…) the degree of learning attained is a function of the time a child actually spend on learning, relative to the time he or she needs to spend" (Block & Burns, 1976, p.5).

$$\boxed{\text{Degree of school learning} = f\left(\frac{\text{Time spent}}{\text{Time needed}}\right)}$$

Figura 4.1: Grau de Aprendizagem

Nesta perspetiva, é fácil verificar, que é possível atingir uma aprendizagem completa se o tempo real utilizado for igual ao tempo necessário para aprender um determinado conteúdo. Contudo, se o tempo real utilizado for inferior ao necessário a aprendizagem será incompleta.

Carrol aprofunda a sua teoria ao identificar fatores que influenciam o tempo utilizado e o tempo necessário para a aprendizagem, mais revela, que estes dois elementos podem ser modificados pelas características dos alunos e da instrução:

- O tempo utilizado é determinado pela perseverança do aluno, isto é, a quantidade de tempo que a criança está disposta a investir na aprendizagem e, também pela oportunidade de aprender, ou seja, o tempo que lhe é concedido na aprendizagem.
- O tempo necessário é determinado pelo ritmo de aprendizagem numa determinada disciplina, a qualidade da instrução e a capacidade da criança em compreender a instrução.

Pelo que, Block e Burns (1976, p.6) apresentam uma adaptação da equação anterior e referem o seguinte:

> "In brief, the degree of school learning of a given subject depended on the student's perseverance or his opportunity to learn, relative to his aptitude for the subject, the quality of his instruction, and his ability to understand this instruction."

É importante destacar que, Carroll, considera que o ritmo de aprendizagem do aluno é determinado pelo tempo necessário que o mesmo precisa para aprender os conceitos sob as condições da instrução. Por outras palavras, o tempo necessário para o aluno aprender, resulta da interação entre a qualidade da instrução e a capacidade de o aluno a entender. Contudo, Carroll "(…) não desenvolve os seus estudos no sentido de indicar como é que essa qualidade de instrução pode ser maximizada e de que modo pode ser concedido o tempo adequado aos alunos em contexto de sala de aula" (Marteleira, 2010, p.17).

Mais tarde, em 1968, Benjamim Bloom tenta colmatar esta falha. A partir da teoria de aprendizagem de John Carrol, Bloom define e sitematiza o modelo de ensino-aprendizagem *Mastery Learning*.

4.3.2 O Modelo de Ensino-Aprendizagem de Benjamim Bloom: *Mastery Learning*

É com base na perspetiva otimista de Carroll, que Bloom desenvolve o seu modelo de ensino-aprendizagem. Bloom observou, que na maioria das aulas tradicionais, todos os alunos têm a mesma oportunidade de aprender assim como a mesma qualidade de instrução. Mas, enquanto esta metodologia é apropriada e eficaz para a aprendizagem de alguns alunos da turma, é muito provável que seja pouco eficiente para outros. Quando a instrução é apropriada para determinados alunos, estes conseguem aprender e atingir bons resultados, isto é, tornam-se "mestres" em determinado conteúdo. Contudo, para os alunos em que a instrução é menos apropriada, geralmente, a sua aprendizagem revela-se pouco consistente.

No entanto, se a situação de instrução na sala de aula for alterada de forma a oferecer a cada aluno uma oportunidade adequada de aprendizagem e também uma qualidade de instrução mais apropriada, consequentemente a maioria dos alunos conseguirá aprender melhor e também atingir a mestria em determinadas matérias:

> Most students (perhaps over 90 percent) can master what we have to teach them, and it is the task of instruction to find the means which will enable our students to master the subject under consideration. Our basic task is to determinate what we mean by mastery of the subject and to search for the methods and material which will enable the largest proportion of our students to attain such mastery (Bloom, 1968).

Por isso, se as escolas pretendem oferecer aos seus alunos experiências de aprendizagem que enriqueçam o seu aproveitamento escolar, é imperativo tomar o "caminho" da mudança:

> If the schools are to provide successful and satisfying learning experiences for at least 90 percent of the students, major changes must taken place in the attitudes of student, teachers, and

> administrators; changes must also take place in teaching strategies and in role of evaluation (Bloom, 1968).

Bloom (1968) refere que a disparidade entre os níveis de desempenho dos alunos (representada através da curva de distribuição normal) tem que ver com o "ensino tradicional". Os professores ensinam os mesmos conteúdos da mesma forma a todos os alunos durante um mesmo período de tempo. Contudo, Bloom acredita que é possível contrariar esta perceção e procura conceber um modelo de ensino-aprendizagem que valoriza a qualidade da instrução: esta terá de ser adequada para responder às necessidades individuais do aluno e, por esta razão, torna-se necessário diferenciá-la e diversifica-la.

É com base nestas ideias, que Bloom desenvolve o modelo de ensino-aprendizagem *Mastery Learning.* A operacionalização deste modelo é resumida por Gaspar *et al.* (s.d., p.197) nos seguintes passos:

1. Definição dos objetivos gerais e específicos.
2. Aplicação do teste diagnóstico de modo a determinar os conhecimentos prévios dos alunos e a permitir a avaliação posterior dos progressos realizados.
3. Divisão dos temas/conteúdos em pequenas unidades de aprendizagem e definição dos objetivos específicos do grau de mestria a atingir.
4. Identificação dos materiais de ensino e seleção das estratégias de aprendizagem a adotar.
5. Avaliação formativa ao longo das sessões de aprendizagem de modo a produzir um *feedback* constante e continuado.
6. Atividades de remediação/enriquecimento baseadas nos resultados da avaliação realizada.

Na operacionalização deste modelo, o *feedback* assume um papel fundamental. Ajuda os alunos a melhorar a sua aprendizagem, o que torna o processo individualizado: são propostas atividades de remediação variadas, adequadas ao estilo de aprendizagem do aluno, ou atividades de enriquecimento, igualmente variadas, que permitem ao aluno aprofundar os seus conhecimentos.

Para oferecer uma ajuda individualizada aos alunos, Bloom (1968) considera que os professores devem procurar diversificar a instrução para poderem corresponder às diferentes necessidades dos alunos. Bloom (1968) apresenta vários exemplos:

1. Trabalho de grupo

   O trabalho em pequenos grupos resulta numa aprendizagem cooperativa sem a preocupação da competição. A aprendizagem é transformada num processo cooperativo, pelo que todos os elementos têm a ganhar com o mesmo. O funcionamento em pequeno grupo pode ser bastante efetivo.

2. Tutoria

   Este tipo de ajuda deve estar disponível para os alunos que realmente precisam, especialmente para os que têm bastantes dificuldades.

3. Manuais

   O facto de um manual ser adotado pela escola ou pelo professor, não significa que outros manuais não possam ser consultados. A consulta de diversos manuais constitui um reforço positivo na aprendizagem. O cruzamento de várias perspetivas pode ajudar o aluno a compreender melhor os conteúdos.

4. Fichas de trabalho e unidades de ensino programadas

   São meios muito importantes para diversificar a instrução além de permitirem o reforço dos conhecimentos.

5. Métodos audiovisuais e jogos académicos

   Alguns alunos podem aprender melhor uma ideia particular através de ilustrações concretas e de visualização de animações. Pequenos filmes e imagens dinâmicas podem ser bastante efetivas na aprendizagem do aluno.

Contudo, se o aluno não atingir um grau de mestria, o *feedback*, resultante da avaliação formativa permite ao professor adequar estratégias para corrigir os erros cometidos. Desta forma, é prevenida a acumulação de pequenas falhas que se podem transformar em obstáculos incontornáveis:

> With the feedback and corrective information gained from formative assessment, each student has a detailed prescription of what additionally needs to be done to master the concepts or skills from the unit. This just-in-time correction prevents minor learning difficulties from accumulating and becoming major learning problems"(Guskey, 2007, p.13).

Além do mais, o professor fica com a perceção das dificuldades dos alunos e, por isso, poderá adequar estratégias mais apropriadas às suas necessidades.

Quando os alunos completam o trabalho de correção são sujeitos a uma segunda avaliação formativa. Esta cobre os mesmos conceitos que a avaliação diagnóstica mas, no entanto, inclui uma forma diferente na abordagem dos conteúdos.

Guskey (2007, p.14) ilustra a operacionalização do modelo em sala de aula da forma seguinte:

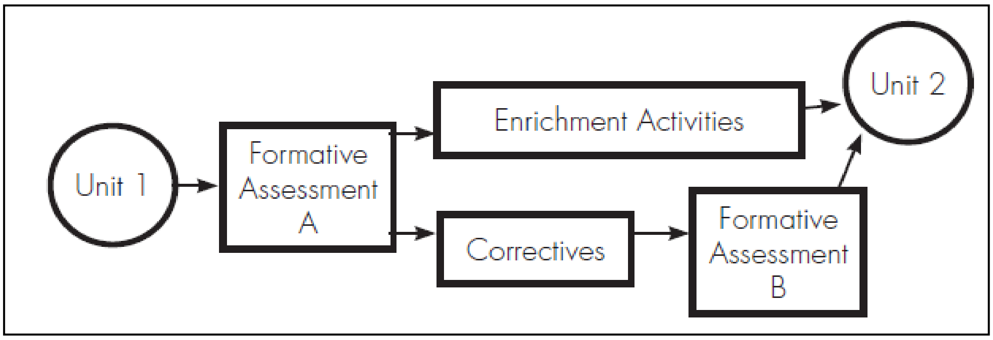


Figura 4.2: Processo de Aprendizagem Mestria

Dois elementos foram descritos como essenciais para a implementação deste modelo de ensino-aprendizagem (Guskey, 2007, p.15) :

1. O *feedback*, atividades de remediação e de enriquecimento.
2. Alinhamento das instruções.

O *feedback*, isto é, a avaliação formativa assume um papel diagnóstico mas também prescritivo. Destaca o que se espera que os alunos tenham aprendido, identifica o que realmente aprenderam e descreve o que ainda é preciso aprender melhor.

É essencial que nas atividades de remediação a instrução seja diferente da inicial. O professor deve incorporar na sua prática letiva estratégias diversificadas. Por outro lado, as atividades de enriquecimento devem desafiar o aluno por forma a desenvolver as suas capacidades e a aumentar os seus conhecimentos.

O alinhamento das instruções terá de ser claro e coerente. Há que estabelecer os objetivos a alcançar. O professor terá que tomar decisões cruciais: primeiro, precisa de decidir quais são os conceitos ou as competências mais importantes para o alunos aprenderem. O professor tem de determinar, por exemplo, se pretende que os alunos aprendam apenas os conceitos mais básicos ou se pretende que os alunos desenvolvam capacidades cognitivas mais complexas (Guskey, 2007).

Sendo assim, o *Mastery Learning* estimula um maior envolvimento do aluno no seu processo de ensino-aprendizagem, pois o feedback constante permite-lhe compreender de que forma poderá ultrapassar as suas dificuldades ou enriquecer a sua aprendizagem:

> Feedback, corrective, and enrichment procedures are crucial to mastery learning, for it is through these procedures that mastery learning differentiates and individualizes instruction. In every instructional unit, students who need extended time and opportunity to remedy learning problems receive these through the correctives. Students who learn quickly and find the initial instruction highly appropriate have opportunities to extend their learning through enrichment. As a result, all students experience more favorable learning conditions and more appropriate, higher quality instruction (Guskey, 2007, p.17).

Várias investigações mostram evidências que o efeito positivo do *Mastery Learning* não está somente interligado com a cognição ou com o alcance de resultados. O processo também produz melhorias significativas na confiança dos alunos em ambiente de aprendizagem, na presença assídua na escola, na coesão da turma e nas atitudes perante a aprendizagem (Guskey, 2007).

4.4 Álgebra e Pensamento Algébrico

A Álgebra, ao lado da Geometria e da Análise infinitesimal, constitui um dos grandes ramos da Matemática. Até meados do século XX, ocupava uma posição incontornável nos programas do Ensino Básico e Secundário em Portugal. Porém, desapareceu como grande tema do currículo após o período da Matemática Moderna. No entanto, tem-se verificado nos últimos anos uma elevada preocupação na introdução desta área no currículo (Ponte, Branco & Matos, 2009, p. 5).

Tal como no Programa de Matemática anterior, também neste novo Programa, *Programa de Matemática* e *Metas Curriculares* do Ensino Básico homologados a 17 de junho de 2013 e 3 de agosto de 2012, respetivamente, se mantém este tema e a devida importância que lhe é dada, sobretudo ao nível do 3º ciclo do Ensino Básico (Silva, Correia & Fernandes, 2014).

Apesar desta realidade, os alunos portugueses continuam a não demonstrar um bom desempenho nesta área o que tem levado a uma reflexão mais profunda acerca do papel da Álgebra no currículo e do que se pode fazer para melhorar a aprendizagem dos alunos (Borralho & Palhares, 2013). Deste modo, torna-se imperativo que, ao iniciar o capítulo da Álgebra, o professor esteja consciente das dificuldades dos seus alunos pois a transição da linguagem aritmética para a algébrica poderá tornar-se num obstáculo difícil de ultrapassar (Saraiva, Pereira & Berrincha, 2010).

4.4.1 Da Aritmética para a Álgebra

Segundo Kieran e Filloy (1989), os alunos ao iniciarem o estudo da Álgebra, trazem consigo as noções que usavam em Aritmética. Mas, no entanto, a Álgebra não é mais do que uma generalização da Aritmética. Aprender Álgebra não é somente tornar explícito o que estava implícito em aritmética. A Álgebra, requere uma troca no pensamento do estudante entre as situações numéricas concretas e proposições mais gerais sobre números e operações. A transição que se pode considerar como um modo informal de representação e de resolução de problemas a um modo formal, por vezes, pode ser difícil para muitos alunos que começam a estudar Álgebra. De facto, a influência da Aritmética na aprendizagem da Álgebra é marcante e dá conta de que os alunos revelam bastantes dificuldades:

- na interpretação do sinal de igual.
- nas convenções da sua notação.
- na expressão formal dos métodos e procedimentos na resolução de problemas.
- na interpretação de variáveis.

(p. 230)

Por se tratar de uma transição substancialmente complicada, torna-se um desafio encontrar estratégias de aprendizagem adequadas que permitam aos alunos aprenderem com compreensão. Nesta sequência, Kaput (1999) sugere alguns aspetos que devem estar inerentes na aprendizagem da Álgebra:

- começar a estudar Álgebra nos primeiros anos de escolaridade;
- integrar a aprendizagem da Álgebra na aprendizagem de outras matérias;
- incluir diversas formas de raciocínio algébrico;
- introduzir de forma "natural" a linguagem e notação da Álgebra;
- encorajar uma aprendizagem ativa através da construção de relações, a qual premeia a compreensão das matérias.

Nesta linha de pensamento, Kieran (2004) sugere alguns "ajustes" para o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois afirma que os alunos ao operarem em aritmética não conseguem identificar as relações existentes entre as operações; o seu foco está no cálculo. Kieran afirma que é necessário atribuir um maior destaque ao seguinte:

1. Às relações e não somente ao cálculo.
2. Às operações e, respetivamente, às suas inversas.
3. À representação e resolução de um problema e não somente à sua resolução.
4. Aos números e letras e não somente aos números, o que inclui:
    i. Trabalhar com letras que podem assumir o papel de incógnitas, variáveis ou parâmetros.
    ii. Comparar expressões equivalentes.

5. Ao significado do sinal de igual.

Embora a experiência mostre que muitos alunos têm dificuldades nos Números e suas operações outros, por outro lado, atingem um bom nível de desempenho neste campo, mas posteriormente, deparam-se com grandes dificuldades na aprendizagem da Álgebra. Uma das razões da origem dessas dificuldades tem que ver com diversas subtilezas e mudanças de sentido de símbolos quando se passa de um campo para outro (Ponte, 2006). Já em 1988, Usiskin, realça este problema dando exemplos da diversidade de significados que o sinal de igual pode assumir:

1. $A = LW$
2. $40 = 5x$
3. $\sin x = \cos x \,.\, \tan x$
4. $1 = n \,.\, \frac{1}{n}$
5. $y = kx$

A expressão 1 representa uma fórmula onde o sinal de igual indica a realização de um cálculo. A expressão 2 é representada por uma equação. A expressão 3 revela uma identidade, ou seja, algo que é sempre verdadeiro. A expressão 4 traduz uma propriedade. E, por fim, a expressão 5 representa a expressão de uma função de proporcionalidade direta, onde o sinal de igual desempenha a função de relação.

Apesar do pensamento algébrico promover a manipulação de símbolos e também a atribuição do seu sentido, isto é, o "sentido de símbolo" (*symbol sense*), como refere Arcavi *et. al* (2006), que implica questionar os símbolos em busca de significados, um elemento também bastante importante no pensamento algébrico é a ideia de generalização. No pensamento algébrico dá-se destaque não só aos objetos, mas também às relações existentes entre os mesmos. Assim, aprender Álgebra significa ser capaz de pensar algebricamente num contexto diverso de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Resumir a capacidade de trabalhar com a Álgebra somente à manipulação simbólica, equivale reduzir a riqueza da Álgebra a apenas uma das suas facetas. Deste modo, pode afirmar-se que o grande objetivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos (Ponte, Branco & Matos, 2009). Mas, se a aprendizagem da

Álgebra não surgir como uma necessidade a quem aprende e aparecer como uma resposta a uma pergunta que não foi feita, é um desastre (Arcavi *et. al*, 2006).

Representar, raciocinar, resolver problemas e modelar situações são consideradas as vertentes fundamentais do pensamento algébrico segundo Ponte, Branco e Matos (2009).

Tabela 4.2: Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Representar	▪ Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais. ▪ Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa. ▪ Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	▪ Relacionar (em particular, analisar propriedades). ▪ Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras. ▪ Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	▪ Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

No terceiro ciclo do ensino básico, o propósito principal da Álgebra é o desenvolvimento, nos alunos, da linguagem e do pensamento algébrico numa diversidade de situações. No que diz respeito ao trabalho com equações de 1º grau, neste ciclo de ensino, pretende-se que os alunos aprendam a resolver equações interpretando e representando situações em diferentes contextos e que sejam capazes de resolver problemas recorrendo a conceitos e procedimentos algébricos. No entanto, os alunos devem fazer uma transição progressiva da linguagem natural para a linguagem matemática. Relativamente à resolução de equações, Kieran (1992) sugere as seguintes estratégias de resolução:

- Factos numéricos

  $3 + n = 5\,; 5 - 3 = 2\,;$ logo, $n = 2$

- Técnicas de contagem

  $3 + n = 5$ e os alunos contam $3, 4, 5$, logo são necessárias duas unidades para ir do 3 ao 5.

- *"Cover-up"*

  $2x + 9 = 5x;$ 9 tem que ser igual a $3x$; logo, $x = 3$

- Andar para trás (através do uso das operações inversas)

  $2x + 4 = 18 \Leftrightarrow 2x = 18 - 4 \Leftrightarrow 2x = 14 \Leftrightarrow x = 7$

- Tentativa e erro

  $2x + 4 = 18$
  Para $x = 5$ vem $14 = 18$, o que não é verdade
  Para $x = 6$ vem $16 = 18$, o que não é verdade
  Para $x = 7$ vem $18 = 18$, o que é verdade, logo $x = 7$

- Realizar a mesma operação em ambos os membros

  $$2x + 4 = 18 \Leftrightarrow 2x + 4 - 4 = 18 - 4 \Leftrightarrow 2x = 14 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{14}{2} \Leftrightarrow x = 7$$

- Transposição (mudar de membro mudar de sinal)

  $2x + 4 = 18 \Leftrightarrow 2x = 18 - 4$

  (p.400)

As duas primeiras estratégias são de natureza aritmética, as duas últimas envolvem aplicação de propriedades estruturais algébricas e, por isso, são consideradas formais e a terceira e quarta poderão ser vistas como uma combinação destas duas. Os três primeiros métodos são abordagens intuitivas e o quinto fornece uma base para métodos de resolução mais estruturais (Kieran, 1992).

Na resolução de equações é importante que o aluno tenha presente a noção de equilíbrio, o qual é traduzido pelo sinal de igual. É fundamental perceber que o sinal de igual numa equação exprime uma igualdade não entre as expressões que se encontram em cada um dos membros da mesma, mas no sentido em que para um determinado valor da incógnita, a expressão do lado esquerdo é exatamente igual à do lado direito quando se substitui a incógnita por esse valor. A utilização de letras para designar incógnitas e variáveis representa um passo importante no desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos: o aluno deve explorar várias situações que proporcionem o uso de letras e, consequentemente a discussão do seu significado num determinado contexto (Saraiva, Pereira & Berrincha, 2010).

Por outro lado, compreender os erros cometidos pelos alunos em tópicos específicos e as justificações que estes apresentam podem indicar um novo rumo a seguir no ensino desses mesmos tópicos. Porém, é igualmente importante que o aluno reflita sobre o seu próprio progresso, identificando os erros que cometeu e utilizando-os de modo a regular a sua aprendizagem. A reflexão sobre o método como resolve um determinado problema permite ao aluno desenvolver a capacidade de autoquestionamento (Vale, Ferreira & Santos, 2010).

Socas (1997) defende que as dificuldades de aprendizagem em Álgebra podem ter três origens diferentes que, consequentemente, são manifestadas na forma de erros. Por isso, distingue três tipos de erros:

I. Erros que têm origem num obstáculo cognitivo.
II. Erros que têm origem na ausência de significado.
III. Erros que têm origem em atitudes afetivas ou emocionais.

Relativamente ao primeiro ponto, pode afirmar-se que o aluno comete um erro deste tipo quando utiliza conhecimentos fora de contexto. Por exemplo, quando revela dificuldades em distinguir a soma aritmética da algébrica.

No que diz respeito ao segundo ponto, Socas subdivide este tipo de erro em três categorias:

- Erros que têm origem na Aritmética

  Por exemplo, não dominar as operações com frações e o uso inadequado de parênteses.

- Erros de procedimento

  Por exemplo, o uso inapropriado de fórmulas ou de procedimentos. Destacam-se os erros na aplicação inadequada da propriedade distributiva.

- Erros devido à linguagem algébrica

  Por exemplo, incompreensão do sinal de igual e incorretas substituições.

Por fim, no terceiro ponto os erros cometidos pelos alunos podem ser motivados pela falta de atenção, pouco empenho e excesso de confiança.

Na aprendizagem da Álgebra as ideias mais simples nem sempre são as mais claras e percetíveis para os alunos. Uma avaliação contínua permite identificar e analisar os erros cometidos no sentido de ajudá-los a ultrapassar as suas dificuldades. Nesta sequência, o professor poderá escolher diferentes ferramentas e decidir qual o caminho melhor a adotar para aumentar a compreensão do aluno neste ramo importantíssimo da Matemática. Isto significa, que cabe aos professores e aos investigadores escolherem a melhor direção a seguir neste longo caminho que é a aprendizagem da Álgebra (Booth, 1988).

CAPÍTULO 5 - Metodologia

Neste capítulo, em primeira análise, é feita uma breve referência à investigação qualitativa em educação. Posteriormente, é descrita a forma como foi desenhado e implementado o estudo no que diz respeito à escolha e caracterização da amostra, técnica de recolha de dados e respetiva organização.

5.1 Investigação Qualitativa em Educação

Dado tratar-se de uma investigação no âmbito da pedagogia e tendo em linha de conta os objetivos e as questões orientadoras deste trabalho, é efetivamente pertinente considerar-se uma abordagem de índole qualitativa. É pois fundamental, observar detalhadamente um contexto, ou um indivíduo e perceber a profundidade dos problemas sem a preocupação da generalização dos resultados.

Assim sendo, é de facto importante procurar compreender, explorar ou descrever acontecimentos complexos, nos quais estão envolvidos diversos fatores. Por esta razão, decidiu-se envergar por uma abordagem integrada nos estudos de caso.

Uma abordagem deste tipo, pressupõe que os dados sejam recolhidos em forma de palavras ou imagens e não de números. Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação. Na sua busca de conhecimento, os investigadores qualitativos tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto possível, a forma em que estes foram registados ou transcritos. Além disso, os investigadores interessam-se mais pelo processo do que pelo produto (Bogdan & Biklen, 1994).

Porém, a garantia da fiabilidade de um estudo deste tipo pode tornar-se mais difícil de alcançar do que num estudo de carácter quantitativo, uma vez que o investigador é o principal, e muitas vezes único "instrumento de estudo", pelo que os dados em si podem não ser replicados ou reconstruídos na sua totalidade (Araújo *et. al*, 2008).

No que diz respeito ao processo de recolha de dados, o estudo de caso recorre a várias técnicas da investigação qualitativa: entrevistas, diário de bordo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros documentos oficiais (Bogdan & Biklen, 1994).

O diário de bordo constitui um dos principais instrumentos do estudo de caso. No diário de bordo o investigador regista as notas retiradas das suas observações no campo de estudo. Estas notas são o relato daquilo que o investigador vê, ouve e experiencia no decurso da recolha de dados.

Além do diário de bordo, também a entrevista constitui um método importante na recolha de dados: as entrevistas qualitativas oferecem ao entrevistador uma amplitude de temas considerável, que lhe permite levantar uma série de tópicos e oferecem ao sujeito a oportunidade de moldar o seu conteúdo (Bogdan & Biklen, 1994).Ao longo da investigação podem também ser elaborados relatórios do tipo descritivo, como ferramenta de recolha de dados (Araújo *et. al*, 2008).

5.2 O Estudo

A metodologia deste estudo seguiu os princípios subjacentes do conceito de "Aprendizagem Mestria", isto é, foram adotados diversos recursos/abordagens de forma a potenciar as aprendizagens dos alunos no domínio da Álgebra, mais especificamente, no que diz respeito ao subdomínio das equações de primeiro grau.

Dado que este ano letivo entrou em vigor um novo Programa de Matemática do Ensino Básico, Ministério da Educação (2013), não foi possível realizar a atividade de investigação em ambiente de sala de aula, pois com certeza que o tempo despendido para a prática da investigação influenciaria o cumprimento deste novo Programa. Sendo assim, decorreram sessões todas as semanas do segundo período fora do horário letivo dos alunos para que se pudesse recolher os dados necessários.

5.2.1 Escolha e Caracterização dos Participantes do Estudo

Uma vez que decorreram sessões todas as semanas durante o segundo período fora do horário letivo dos alunos, não foi possível trabalhar com todos os elementos da turma A do sétimo ano. Por esta razão, foram apenas escolhidos cinco alunos da turma para participarem neste trabalho de investigação, de acordo com os seguintes critérios: empenho e dedicação nas aulas e resultados obtidos, por se considerar que seriam os aspetos mais relevantes a ter em linha de conta. Segundo a escolha destes critérios, a amostra selecionada é substancialmente heterogénea, possibilitando diversificar os resultados obtidos no trabalho de investigação.

No decorrer do primeiro período, estes cinco alunos, pelo que foi observado durante as aulas, mostraram-se motivados e com vontade de aprender, participavam bastante nas aulas e colocavam muitas questões. No entanto, alguns não conseguiram atingir uma avaliação satisfatória. Por isso, decidiu-se escolhê-los no sentido de os poder ajudar a alcançar a positiva na disciplina de Matemática, pois a sua média era próxima de 50% no final do primeiro período.

A solicitação para participar no estudo foi feita no fim das aulas por abordagem direta. Posteriormente, foi enviada uma carta com um pedido de autorização aos encarregados de educação com o objetivo de informá-los sobre as características e objetivos da investigação. De modo a garantir o anonimato dos alunos, estes serão designados por nomes fictícios.

Tanto o aluno Pedro como a aluna Bruna obtiveram uma classificação negativa no final do primeiro período, mas mostraram-se interessados e motivados pela disciplina de Matemática, pelo que um apoio mais individualizado poderia melhorar o seu desempenho. As alunas Cláudia, Ana e Inês atingiram a positiva no primeiro período. São alunas que revelam muitas capacidades, sobretudo a aluna Inês, e por isso, espera-se que possam atingir melhores resultados com um acompanhamento mais individualizado.

É evidente que o nível de empenho e dedicação dos alunos é classificado segundo a sensibilidade da investigadora de acordo com o que observou no decorrer da lecionação das aulas.

Tabela 5.1: Caracterização da amostra

Alunos	Idade	Média no final do 1º período(%)	Empenho e dedicação
Ana	12	51,15	Elevados
Bruna	13	43,3	Medianos
Cláudia	13	54,15	Elevados
Inês	12	48,95	Elevados
Pedro	12	42,8	Medianos

5.2.2 Técnica de Recolha de Dados

No processo de recolha de dados foram utilizadas as seguintes técnicas:

- Questionário.

  A colocação do questionário ao grupo de alunos teve como objetivo conhecer melhor a sua opinião perante a disciplina de Matemática. Foram colocadas sete questões, duas das quais de resposta aberta.
  Nas questões de resposta fechada procurou-se perceber se os alunos gostam da disciplina de Matemática, quais os seus hábitos de estudo e, qual a sua opinião relativamente aos fatores que influenciam a aprendizagem de Matemática e quais as causas que estão na origem de tando insucesso nesta disciplina.
  Nas questões de resposta aberta, os alunos foram questionados relativamente às suas expectativas no que concerne à sua participação neste trabalho de investigação e, também, sobre a classificação obtida no final do primeiro período.

- Diário de bordo.

  As notas retiradas durante cada sessão foram cruciais no decorrer da investigação. O registo de dúvidas, de erros cometidos e também de procedimentos corretos revelou-se um grande auxílio não só para compreender o raciocínio dos alunos mas também para preparar novas tarefas.

- Observação direta.

Dado tratar-se de uma investigação de natureza qualitativa, torna-se muito importante prestar a devida atenção às dúvidas e questões dos alunos de forma a recolher dados o mais fidedignos possível.

- Relatórios descritivos.

Com o objetivo de sintetizar a informação recolhida, no final de cada sessão de trabalho foi realizado um relatório das atividades desenvolvidas. Nestes relatórios constam algumas resoluções das tarefas dos alunos, onde são destacados erros cometidos e também outras formas de resoluções de problemas/exercícios.

Estes relatórios constituem uma ferramenta muito importante na análise de dados, pois são relatados diversos pormenores que permitem verificar a evolução de cada aluno ao longo da atividade de investigação.

- Entrevistas.

Com as entrevistas procurou-se abordar questões cuja resposta não foi percetível nas sessões de trabalho. Isto é, foram novamente revistas as resoluções dos alunos entrevistados com o objetivo de os questionar relativamente às justificações dadas em determinadas questões das tarefas. Com esta abordagem, foi possível obter informações sobre o desenvolvimento cognitivo e determinar as capacidades e conhecimentos matemáticos dos alunos.

A escolha deste tipo de processo de recolha de dados revelou-se bastante pertinente na medida em que possibilita ao aluno expressar as suas convicções e opiniões, através da expressão oral, de um modo mais descontraído. O aluno ao não estar limitado a respostas fechadas permite a si próprio dialogar mais abertamente sobre o assunto em causa na entrevista.

Contudo, os alunos podem não ter uma opinião formada sobre o assunto, quer pela sua falta de conhecimentos quer simplesmente do facto de não se terem debruçado sobre o mesmo, o que motiva o investigador a conduzir a entrevista de outro modo de forma a compreender o melhor possível o raciocínio do aluno.

No que diz respeito aos alunos entrevistados, são duas alunas com características muito diferentes quer a nível de conhecimentos e desempenho na disciplina de Matemática, quer a nível de personalidade. Por este motivo, considerou-se pertinente aprofundar o raciocínio destas duas alunas dado serem pessoas com posições muito distintas face à aprendizagem.

5.2.3 Organização do Estudo

A organização da investigação seguiu os moldes do conceito de "Aprendizagem Mestria". Numa primeira fase foi lecionado o subdomínio das Equações Algébricas, posteriormente foi feito um diagnóstico relativamente aos conceitos adquiridos pelos alunos, em seguida, os alunos realizaram atividades diversificadas que estavam adequadas ao seu nível de conhecimentos, ou seja, um grupo esteve a trabalhar num nível mais elementar em atividades de remediação, enquanto outro grupo trabalhou em atividades um pouco mais complexas, uma vez que ao longo das sessões de trabalho foi demonstrando uma aprendizagem efetiva. Por fim, foi aplicado uma ficha formativa não apenas ao grupo de alunos que trabalhou nas atividades de remediação, mas também ao grupo de alunos que trabalhou com atividades mais complexas, com o objetivo de verificar quais os conceitos apreendidos pelos alunos.

Decorreram onze sessões de trabalho ao longo do segundo período:

- Primeira sessão – 9 de janeiro

Nesta primeira sessão, os alunos responderam a um pequeno questionário (Anexo I) com a finalidade de se perceber qual a sua atitude perante a disciplina de Matemática e quais as suas expectativas relativamente à participação nestas sessões de trabalho.

Além disso, também nesta sessão, os alunos realizaram uma ficha de diagnóstico (Anexo II) cujos conteúdos focavam os seguintes tópicos do domínio das Equações:

- Expressões com variáveis;
- Simplificação de expressões algébricas;
- Resolução e classificação de equações;
- Definição de equações equivalentes.

- Segunda sessão – 16 de janeiro

Na segunda sessão, procedeu-se à correção da ficha de diagnóstico (Anexo II) não só com o objetivo de identificar e esclarecer as dúvidas dos alunos, mas também com o intuito de produzir um *feedback* relativamente às suas produções escritas, de modo a ajudar os alunos a compreender melhor os conceitos.

Dado que foram diagnosticadas muitas dificuldades na compreensão de conceitos aritméticos, mais especificamente na soma de números inteiros, foi projetado um quadro com as regras operatórias em $\mathbb{Z}$, de forma a potenciar a discussão das mesmas entre o grupo de alunos após a correção da ficha. Para tal, foi necessário a utilização de computador e de quadro interativo. Na discussão das regras foram utilizados vários exemplos ilustrativos.

- Terceira sessão – 23 de janeiro

Na terceira sessão, a pedido dos alunos, foram feitas revisões para o teste de avaliação.

Os alunos referiram que as suas principais dúvidas residiam na resolução de equações e, por esse motivo, foram escolhidas algumas equações do manual adotado para resolverem.

No entanto, nesta sessão tinha sido prevista a realização de uma ficha de trabalho no âmbito da aritmética, mas como o teste de avaliação teria lugar na semana seguinte, decidiu-se realizar algumas revisões no âmbito da classificação e resolução de equações. Contudo, como a aluna Inês chegou mais cedo que os seus colegas foi-lhe proposta a resolução da ficha (Anexo III).

Todos os alunos resolveram no seu lugar as equações e, posteriormente, cada um resolveu uma equação no quadro e explicou como o fez. Esta metodologia foi adotada de forma a promover a discussão entre o grupo de alunos.

- Quarta sessão – 30 de janeiro de 2014

Ao longo das sessões anteriores, de um modo geral, os alunos vieram a demonstrar muitas dificuldades em somar números inteiros e racionais. Por isso, nesta sessão foram revistas novamente as regras operatórias em $\mathbb{Z}$, mas numa atividade de cariz lúdico: "Quadrado Mágico"- Anexo IV (um quadrado mágico é uma tabela com linhas e colunas preenchida com números inteiros, de forma a que a soma dos números de cada linha, coluna e diagonal seja sempre o mesmo).

Além desta atividade, a aluna Inês resolveu uma pequena ficha (Anexo V) cujos exercícios foram mais complexos e os restantes alunos resolveram a ficha sobre aritmética (Anexo III) que já tinha sido realizada pela Inês na sessão anterior.

- Quinta sessão – 13 de fevereiro

Na quinta sessão, os alunos acabaram de resolver a ficha de trabalho sobre aritmética (Anexo III). Seguidamente, os alunos Pedro e Inês resolveram uma tarefa de cariz lúdico sobre equações : "O cofre do Tio Patinhas"(Anexo VI) e, as restantes alunas, resolveram também uma tarefa deste tipo: "Equatrex" (Anexo VIII).

"O cofre do Tio Patinhas" era uma tarefa um pouco mais complexa que a "Equatrex" uma vez que englobava a resolução de problemas. A tarefa "Equatrex", contemplava apenas a resolução de equações.

- Sexta sessão – 20 de fevereiro

Nesta sessão as alunas terminaram a resolução da tarefa "Equatrex" e, posteriormente, foi-lhes proposta a resolução de uma ficha de trabalho sobre aritmética (Anexo VIII).
Os alunos Pedro e Inês, resolveram uma ficha de trabalho (Anexo IX) sobre resolução de problemas envolvendo equações de primeiro grau.

- Sétima sessão – 27 de fevereiro

Na sétima sessão, os alunos Pedro e Inês também resolveram uma ficha de trabalho (Anexo X). Trabalharam com uma equação com denominadores e, também, resolveram problemas.
As restantes alunas concluíram a ficha (Anexo VIII) que começaram na sessão anterior e, posteriormente, foi-lhes proposta a resolução de outra ficha de trabalho (Anexo XI) cujos conteúdos incidiram na resolução de equações com denominadores e com parênteses e na resolução de problemas. Porém, não conseguiram chegar à resolução do problema por falta de tempo.

- Oitava sessão – 13 de março

Nesta sessão de trabalho os alunos desenvolveram o seu trabalho em grupo. O Pedro e a Inês trabalharam na resolução do problema de Diofanto (Anexo XII) e as alunas Bruna e Cláudia também trabalharam na resolução de problemas. Concluíram o problema proposto na ficha de trabalho (Anexo XI) anterior e além disso, a professora investigadora sugeriu a resolução do problema dos "iogurtes" cujo enunciado se encontrava na ficha de trabalho (Anexo X) resolvida anteriormente pela Inês e pelo Pedro.

- Nona sessão – 20 de março

À semelhança da terceira sessão, também nesta sessão de trabalho foram feitas revisões para o teste de avaliação cuja realização teve lugar na semana seguinte. Foram resolvidos exercícios do manual adotado, sobretudo no âmbito do domínio Funções, Sequências e Sucessões.

- Décima sessão – 27 de março

  Na décima sessão, de forma a possibilitar a mesma experiência a todos os alunos participantes, foi lecionada uma aula interativa no âmbito da resolução de problemas. Seria expectável que os alunos resolvessem todos os problemas propostos sem dificuldades, uma vez que, quer em aula quer nas sessões de investigação foram resolvidos problemas com o mesmo tipo de raciocínio.

- Décima primeira sessão – 3 de abril

  Na última sessão de trabalho, os alunos realizaram uma ficha formativa global (Anexo XIV) sobre o subdomínio das Equações Algébricas.

Além da recolha de dados nestas sessões, também nas entrevistas foram recolhidos dados para a investigação. A primeira entrevista foi feita à aluna Inês e decorreu a 24 de abril e, a segunda, foi feita à aluna Bruna e decorreu a 8 de maio.

Na seguinte figura pode-se observar o modo como o estudo em causa foi organizado.

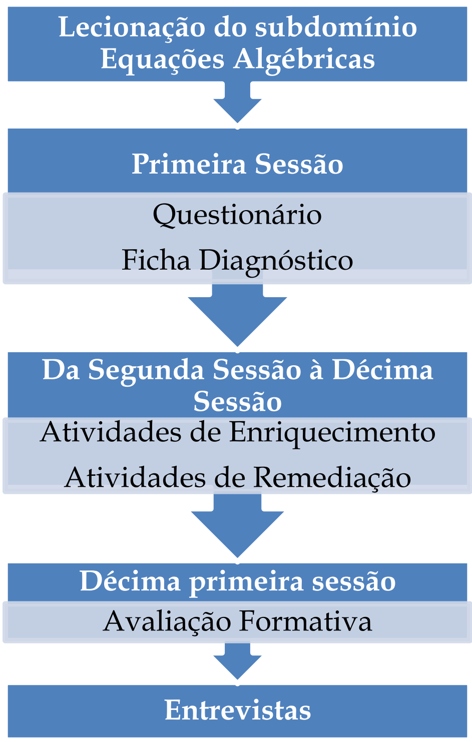


Figura 5.1: Organização da Atividade de Investigação

CAPÍTULO 6 - Análise de Dados

Neste capítulo são analisados os dados recolhidos nas sessões de investigação. Com base numa metodologia de índole qualitativa, procura-se analisar o raciocínio dos alunos participantes nas várias tarefas desenvolvidas. É analisado também, mais detalhadamente, o percurso de duas alunas, da Bruna e da Inês.

6.1 As Alunas Entrevistadas: Bruna e Inês

A Bruna é uma aluna bastante irrequieta, extrovertida e conversadora. Por vezes a sua postura em sala de aula não é a mais correta devido à sua personalidade. Porém, é uma aluna que revela bastantes capacidades, mas a ausência de trabalho e de empenho não lhe permitem obter melhores resultados.

Pelo questionário (Anexo I) aplicado inicialmente aos alunos participantes, verificou-se que a Bruna gosta de Matemática e considera-a uma disciplina importante. Além do mais, considera que o empenho do aluno e a relação aluno/professor são fatores decisivos na aprendizagem da Matemática e que se trata de uma disciplina exigente. Contudo, admite que raramente estuda, o que a leva a concluir que a nota que obteve no primeiro período foi justa. Relativamente às suas expectativas das sessões de trabalho, revela que poderá alcançar melhores resultados.

A aluna Inês é muito diferente da Bruna. É uma aluna bastante reservada, calma e tranquila. Apresenta um bom comportamento em sala de aula e sempre que é solicitada a responder a uma questão fá-lo de forma acertada. Além de ter muitas capacidades, é uma aluna esforçada e empenhada.

Pelo questionário (Anexo I) aplicado inicialmente, verificou-se que a Inês gosta de Matemática dependendo dos conteúdos abordados e considera-a uma disciplina importante e exigente. Além disso, considera também que o empenho do aluno e o interesse dos conteúdos são fatores decisivos na aprendizagem da Matemática. Contudo, admite que estuda apenas uma ou duas vezes por semana, o que a leva a concluir que a nota que obteve no primeiro período foi justa. Relativamente às suas expectativas das sessões de trabalho, revela que é uma forma de exercitar e perceber melhor a matéria abordada na aula.

6.2 As Várias Tarefas Realizadas pelos Alunos Participantes

No decorrer da atividade de investigação foram desenvolvidas diversas tarefas com o grupo de alunos da turma A do sétimo ano. Com base no conceito de "Aprendizagem Mestria" foram abordadas várias metodologias com o objetivo de promover a aprendizagem dos alunos. Quer os alunos que realizaram tarefas de remediação quer os que realizaram tarefas de enriquecimento, tiveram oportunidade de experienciar diferentes metodologias de trabalho.

<u>Primeira e Segunda Sessões</u>

Após a realização da ficha de diagnóstico (Anexo II), foi determinada a evidente a falta de conhecimentos por parte dos alunos no âmbito da aritmética, mais especificamente no que diz respeito às operações com números racionais. Contudo, a aluna Inês e o aluno Pedro foram os alunos que demonstraram ter mais conhecimentos nesta temática.

Relativamente à prestação da Bruna, verificou-se que nas questões 1 e 2 apresentou um bom nível de desempenho, pois não revela significativas dificuldades em traduzir linguagem corrente para linguagem matemática e vice-versa. Porém, nas questões 3 e 4 o quadro foi muito diferente. Na questão 3 foi-lhe pedido para calcular o perímetro de um polígono, a aluna indicou corretamente a expressão algébrica, mas não realizou corretamente a soma.

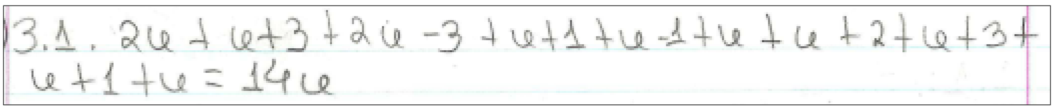

3.1. $2x + x+3 + 2x - 3 + x+1 + x-1 + x + x + 2 + x+3 + x+1 + x = 14x$

Figura 6.1: Resolução da questão 3.1 da ficha de diagnóstico

Para compreender qual a estratégia utilizada pela Bruna, a investigadora questionou-a sobre a sua resolução:

Investigadora: Como é que a expressão simplificada do perímetro te deu $14x$? O que é que fizeste?

Bruna: Então para resolver uma coisa deste género junto os termos semelhantes.

Investigadora: Pois, está bem. Mas não foi o que fizeste…

Bruna: Já nem sei o que fiz…

Investigadora: Então faz lá novamente.

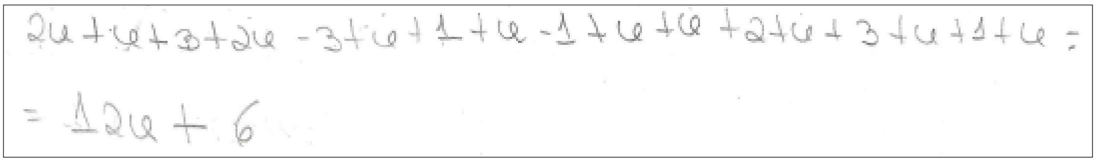


Figura 6.2: Resolução da questão 3.1 da ficha de diagnótico na entrevista

A aluna conseguiu realizar a tarefa com sucesso, porém no decorrer da resolução refere que: "O x vale um não é?", pelo que a investigadora fica um pouco surpresa com a sua questão.

Investigadora: O x vale um como assim?

Bruna: Então toma o valor um!

Investigadora: Não Bruna, estás a confundir. O coeficiente de x é que é um. Por exemplo, o coeficiente de $2x$ é dois. Estás a confundir o valor que a incógnita toma com o seu coeficiente.

Bruna: Pois é… Mas eu sei disso. Só estou a confundir…Já percebi, já percebi.

A aluna confundiu o papel da incógnita com o coeficiente que a antecede. Confundir conceitos é muito frequente por parte desta aluna, pois tem uma ideia de diversos conceitos mas não sabe onde aplicá-los uma vez que não formou uma ideia sólida e consistente. Contudo, com ajuda a aluna consegue responder facilmente às questões que lhe são colocadas, como foi o caso da escrita de uma expressão simplificada do perímetro do terreno.

Além disso, na questão seguinte foi pedido para calcular o perímetro do terreno quando $x = 100$. Apenas era necessário substituir na expressão simplificada do perímetro a incógnita pelo valor 100. No entanto, a aluna determinou novamente a expressão do perímetro.

Investigadora: Já viste o que fizeste aqui nesta questão?

Bruna: Pois foi, eu lembro-me disso. A stôra depois até me chamou a atenção. Era só substituir por 100. Tive mais trabalho…

Investigadora: Pois, tiveste mais trabalho e ainda te enganaste nas contas…

Relativamente à questão 4, a aluna teve dificuldades em identificar os termos da equação, dado que não aplicou corretamente a propriedade distributiva. Consequentemente, indicou incorretamente os termos semelhantes e independentes da equação.

Investigadora: Já viste o que fizeste mal aqui? Achas que os termos do primeiro membro da equação é $3(x-2)$? E que os termos do segundo membro é $5x+4$? Eu pedi-te para identificar os termos e não os membros da equação.

Bruna: Então os termos do segundo membro são $5x$ e 4 e os do primeiro membro são $3x$ e -2.

Investigadora: Ai é? Então aplicas a propriedade distributiva apenas ao x ? Então e o -2 ?

Bruna: Ah pois é… É verdade… Eu nunca sei o que fazer quando estou numa situação destas. Esqueço-me que tenho de aplicar esta propriedade… Não sei…

Investigadora: Tens de ter mais atenção. Tu sabes que tens de aplicar a propriedade distributiva mas não o fazes corretamente. Tens que ver bem! Então afinal quais são os termos do primeiro membro da equação?

Bruna: Então será o $3x$ e $3 \times (-2)$ que é -5.

Investigadora: Porquê -5? Então quanto é $3 \times (-2)$?

Bruna: É -6, é -6. Eu estava a somar…

Investigadora: Então assim já sabes ver quais são os termos independentes da equação?

Bruna: Sim, é o -6 e o 4.

A aluna quando é orientada, consegue realizar o que lhe é proposto. Mas quando realiza autonomamente as tarefas manifesta dificuldades e não as completa corretamente . Na aplicação da propriedade distributiva, não realiza todos os passos necessários alegando que nunca sabe bem o que tem de fazer. No entanto, pelo que se pôde observar, a aluna percebe o que tem de fazer quando é questionada. Porém, na multiplicação de números racionais, como é o exemplo de $3 \times (-2)$, a aluna não consegue identificar corretamente que regra tem de aplicar, acabando por somar os números e atribuir ao resultado o sinal negativo.

Relativamente à Inês, o seu desempenho foi significativamente superior ao dos seus colegas, pois calculou corretamente a expressão do perímetro do terreno, identificou os termos da equação depois de aplicar a propriedade distributiva, resolveu a equação sem qualquer tipo de dificuldades e justificou de forma completa que a equação dada era equivalente à do enunciado. No entanto, é de referir que as produções escritas da aluna poderiam ser mais completas, pois, por vezes, omite alguns passos nas suas resoluções.

Investigadora: Na atividade de diagnóstico correu tudo bem não foi Inês?
Inês: Sim, penso que o que fiz até estava bem…
Investigadora: No global, estava bom… Mas precisas de apresentar as tuas resoluções de forma mais detalhada. Omites muitos passos e tudo isso tem cotação nos instrumentos de avaliação. Mas agora penso que evoluíste neste sentido pelo que pude observar das tuas resoluções nos testes.
Inês: Sim, eu tentei melhorar. A stôra na altura disse-me para eu fazer assim.

Na ficha de diagnóstico, a investigadora verificou que a maioria dos alunos tem facilidade em traduzir linguagem corrente para matemática e vice-versa. Contudo, a simplificação de expressões algébricas e a identificação dos termos de uma equação com parênteses foram as principais dificuldades diagnosticadas nesta ficha. Além disso, na resolução da tarefa surgiram muitas dúvidas relativamente à manipulação aritmética, o que levou a investigadora, na segunda sessão de trabalho, a desenvolver uma tarefa neste âmbito. Com o fim de serem discutidas as regras operatórias no conjunto dos números racionais, foi projetado em formato de PowerPoint uma tabela com vários exemplos concretos, apelando à discussão entre os alunos.

Terceira e Quarta Sessões

Na terceira sessão de trabalho foram feitas revisões para o teste de avaliação. Os alunos resolveram algumas equações do manual adotado, apresentando posteriormente a sua resolução acompanhada de explicação no quadro. Além da resolução destas equações, a Inês realizou uma ficha de trabalho sobre aritmética (Anexo III) uma vez que chegou mais cedo à sala. A aluna não revelou dificuldades significativas, demonstrando ao longo das primeiras sessões que sabe operar com números racionais.

Relativamente à quarta sessão, foi proposto aos alunos a realização de uma tarefa de cariz lúdico: "Quadrado Mágico" (Anexo IV). Com esta tarefa pretendia-se aplicar as regras operatórias já discutidas na sessão anterior, através de uma metodologia de jogo. Foi escolhida uma abordagem deste tipo de forma a motivar os alunos na aprendizagem da Matemática, uma vez que se trata de um tipo de metodologia mais atrativa.

Contudo, a reação dos alunos não foi a melhor. À exceção da aluna Inês, todos os alunos acharam a atividade muito difícil e até surgiram os seguintes comentários: "Bem, já não estou a perceber nada! Isto é muito difícil! Isto não vai sair no teste pois não?". Após estas intervenções, a investigadora completou um quadrado mágico a título de exemplo para que os alunos pudessem prosseguir com a realização da tarefa.

Porém, o aluno Pedro ao perceber o tipo de raciocínio que teria de adotar, acabou por se sentir motivado. Relativamente ao segundo quadrado mágico, que era o mais difícil de completar, referiu que tinha de conseguir: "Eu vou tentar fazer! Vou conseguir!". Apesar desta conjuntura, os alunos acabaram por realizar a tarefa, mas com bastantes dificuldades, recorrendo frequentemente à ajuda da investigadora.

Observe-se a título de exemplo a resolução da aluna Ana.

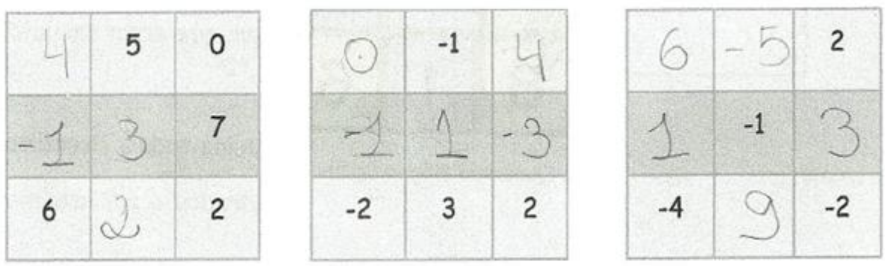


Figura 6.3: Resolução da tarefa "Quadrado Mágico" pela Ana

Esta aluna revela muitas dificuldades em somar números racionais: confunde regras de sinais e aplica as regras da soma à multiplicação. Demonstra não ter qualquer noção do que fazer quando tem que somar dois números inteiros.

A Bruna também revelou algumas dificuldades na execução desta tarefa, considerando-a muito difícil.

Investigadora: Relativamente aos quadrados mágicos, o que achaste dessa tarefa?

Bruna: Achei muito difícil… Tinha de pensar muito… Não gostei nada.

Investigadora: Mas com a minha ajuda lá foste resolvendo, não foi?

Bruna: Sim, consegui resolver. Mas mesmo assim não gostei…

Investigadora: Além do segundo quadrado que era o mais difícil de preencher, só preencheste incorretamente o quadrado 5. Tenta lá novamente. Disseste que a constante mágica era o número 3. Mas não esta correto, calculaste mal $-4-1+2$.

Bruna: Então $-4-1$ dá -3.

Investigadora: Tens a certeza? Vou desenhar a reta numérica para veres melhor. Então estás no -4 e andas uma unidade para trás, onde é que ficaste?

Bruna: Ok. Dá -5. E agora tenho que fazer $-5+2$ que dá -7.

Investigadora: Vê lá melhor… Não está bem. Vê pela reta desenhada…

Bruna: Pois, não está bem não. Deu -3. Então a constante mágica é -3. Agora vou fazer o resto.

Com ajuda a Bruna conseguiu completar os restantes espaços do quadrado mágico corretamente. No entanto, é visível que confunde as regras operatórias, a aluna realiza a operação "central" e atribui ao resultado o sinal do número que apresenta maior valor absoluto ($-5+2=-7$ e $-4-1=-3$). Dada esta situação, a investigadora tentou explicar à aluna, recorrendo à reta numérica, que o seu raciocínio estava errado. Com esta abordagem, a aluna conseguiu perceber que não estava a pensar corretamente e que a sua "regra" não funcionava.

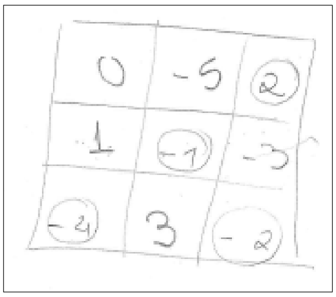


Figura 6.4: Preenchimento do quinto quadrado mágico na entrevista pela Bruna

A Inês não revelou dificuldades significativas na tarefa, demonstrando um bom desempenho e também motivação na sua execução. Contudo, preencheu um quadrado mágico incorretamente. Para compreender a sua resolução, a investigadora questionou-a de forma a perceber qual o motivo que estava na origem do erro cometido:

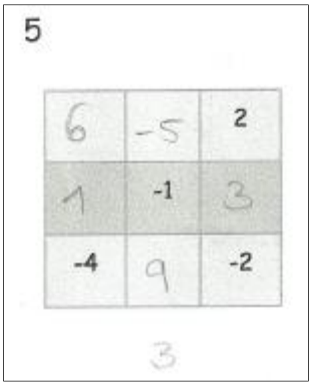


Figura 6.5: Preenchimento do quinto quadrado mágico pela Inês

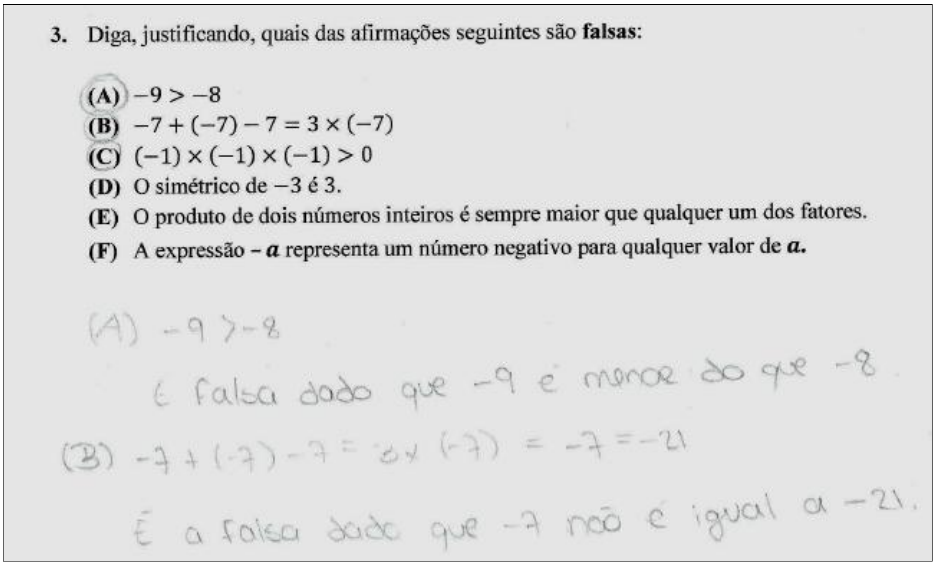
Investigadora: E relativamente à tarefa "Quadrado Mágico", o que achaste?
Inês: Gostei muito dessa. Gosto mais assim do jogo do que fazer contas normalmente…
Investigadora: Eu também tive essa ideia de que tinhas gostado mais deste jogo do que das fichas de trabalho. E não pediste a minha ajuda fizeste tudo sozinha. O quadrado 5 é que não correu muito bem. Vê lá o que fizeste.
Inês: Ah pois enganei-me na constante mágica, era -3 e não 3.
Investigadora: Exatamente.

O erro cometido pela aluna parece estar na origem de alguma distração e não na falta de conhecimentos. Assim que a investigadora lhe apresentou a sua resolução a aluna identificou imediatamente o erro que tinha cometido afirmando que menos cinco mais dois é igual a menos três e não a três.

Esta tarefa para os alunos, em primeira análise, despoletou alguma hesitação uma vez que a consideraram difícil dado "terem de pensar muito". No entanto, no decorrer da sua execução, os alunos, na generalidade, mostraram-se empenhados em completar os quadrados mágicos, embora com algumas dificuldades. Alguma orientação por parte da investigadora revelou-se também fundamental na realização da tarefa, pois verificou-se que os alunos não foram capazes de começar a resolução da tarefa por iniciativa própria.

Ainda nesta sessão, os alunos iniciaram a resolução de uma ficha de trabalho (Anexo III) sobre operações com números racionais que já tinha sido resolvida pela Inês na sessão anterior, enquanto a mesma resolvia também uma ficha de trabalho (Anexo V) no âmbito da aritmética.

A aluna nesta tarefa revelou algumas dificuldades sobretudo na resolução da questão 3. A linguagem utilizada em algumas alíneas foi um pouco abstrata e, por este motivo, a aluna sentiu dificuldades em traduzir os enunciados. A resolução que a aluna apresentou estava quase em branco pelo que a investigadora, na entrevista, decidiu apresentar-lhe a questão novamente.



3. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são **falsas**:

(A) $-9 > -8$
(B) $-7 + (-7) - 7 = 3 \times (-7)$
(C) $(-1) \times (-1) \times (-1) > 0$
(D) O simétrico de -3 é 3.
(E) O produto de dois números inteiros é sempre maior que qualquer um dos fatores.
(F) A expressão $-\boldsymbol{a}$ representa um número negativo para qualquer valor de $\boldsymbol{a}$.

(A) $-9 > -8$
É falsa dado que -9 é menor do que -8.

(B) $-7 + (-7) - 7 = 3 \times (-7) = -7 = -21$
É a falsa dado que -7 não é igual a -21.

Figura 6.6: Resolução da questão 3 da ficha de trabalho (Anexo V) sobre operações com números racionais pela Inês

Investigadora: Lembraste desta tarefa Inês?

Inês: Sim lembro-me. Não percebi muito bem o que era pedido…

Investigadora: Mas eu acho que agora consegues fazer. Tenta. Faz só a partir da alínea (C), as duas primeiras fizeste bem.

Inês: Então a (C) é fácil, menos um vezes menos um dá um e um vezes menos um dá menos um, por isso esta é falsa. Nem sei porque não fiz esta, era fácil…

Investigadora: Pois era, também não consegui perceber porque a deixaste em branco.

Inês: A (D) é verdadeira, é só trocar o sinal. Agora a (E) é que é mais complicada…

Investigadora: Pois, esta é um bocadinho mais difícil. Então vai experimentando e logo vês.

Inês: Então três vezes cinco dá quinze, o quinze é maior que os outros dois. Aqui dá. Se calhar vou experimentar mais um. Também dá os negativos não é?

Professora: Claro! São números inteiros.

Inês: Então vou fazer menos quatro vezes dois que dá menos oito... Ah boa, falha aqui! O menos oito é mais pequeno que o menos quatro e que o dois. Então é falsa.

Professora: Exatamente é isso mesmo Inês. Então e a (F) como é que vais pensar?

Inês: Então se o a for positivo menos a é negativo se o a for negativo menos a irá ser positivo. Também é falsa…

Professora: Muito bem Inês é isso mesmo. Onde estava a dificuldade então?

Inês: Pois, não era difícil. A (E) é que era mais complicada, acho que sozinha não conseguia fazer…

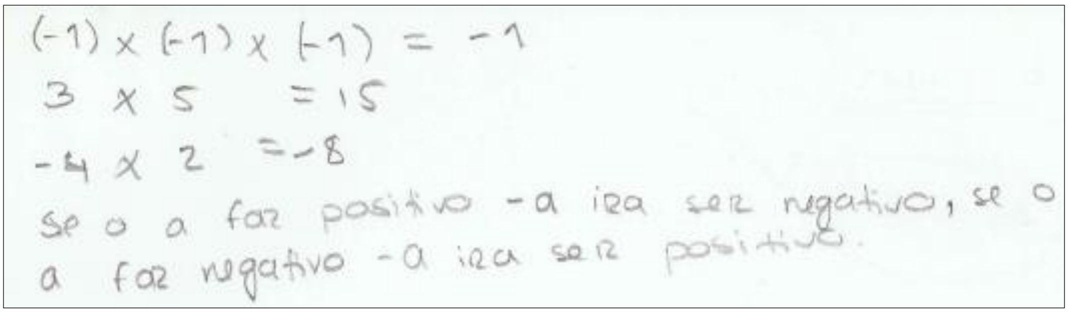
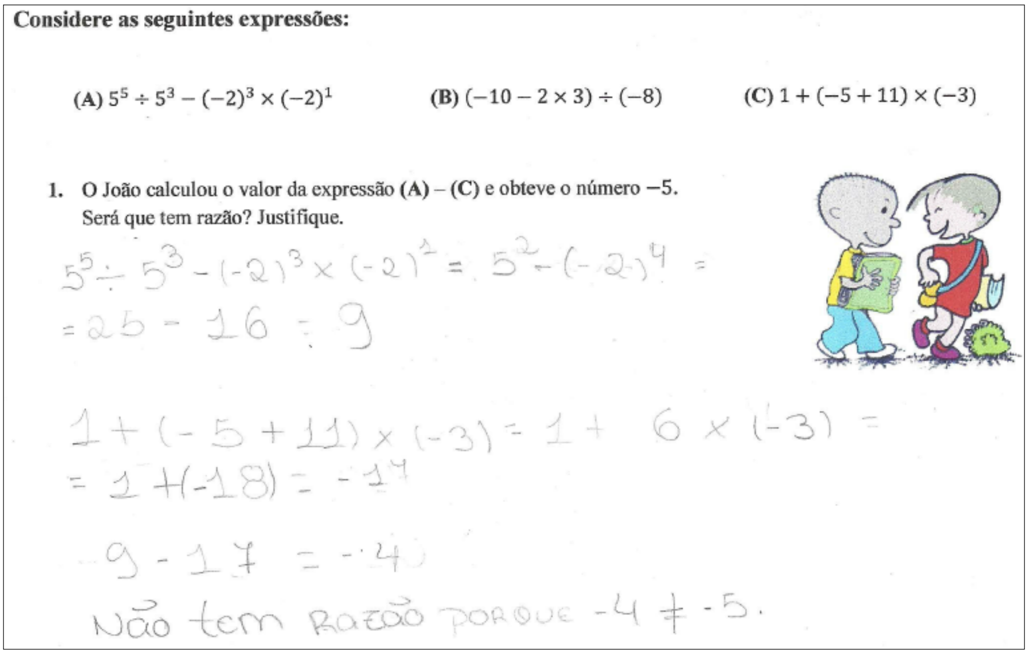

$(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$
$3 \times 5 = 15$
$-4 \times 2 = -8$
se o a for positivo -a ira ser negativo, se o a for negativo -a ira ser positivo.

Figura 6.7: Resolução da questão 3 da ficha de trabalho (Anexo V) sobre operações com números racionais pela Inês na entrevista

A Inês nesta questão foi influenciada pelo tipo de linguagem do enunciado, não estava familiarizada com um tipo de linguagem diferente, o que de certa forma a impediu de resolver as questões. Porém, com ajuda conseguiu resolver com sucesso as questões apresentadas. Na alínea (E) a aluna após ter experimentado a multiplicação entre dois números inteiros positivos verificou que o enunciado estaria correto. Na sequência do seu raciocínio, a professora alertou que estava a trabalhar com o conjunto dos números inteiros, o que lhe forneceu uma pista fundamental para responder corretamente à questão.

Quinta sessão

Na quinta sessão, os alunos terminaram a resolução da ficha de trabalho (Anexo III) iniciada na sessão anterior. Na generalidade, os alunos revelaram algumas dificuldades no cálculo de expressões numéricas, sobretudo no que diz respeito à prioridade das operações. As alunas Ana, Bruna e Cláudia insistiram em atribuir prioridade à soma e subtração em vez de à multiplicação e à divisão. Além do mais, nenhum aluno calculou corretamente o que lhes foi solicitado na questão número um.



Considere as seguintes expressões:

(A) $5^5 \div 5^3 - (-2)^3 \times (-2)^1$ **(B)** $(-10 - 2 \times 3) \div (-8)$ **(C)** $1 + (-5 + 11) \times (-3)$

1. O João calculou o valor da expressão **(A)** – **(C)** e obteve o número -5.
Será que tem razão? Justifique.

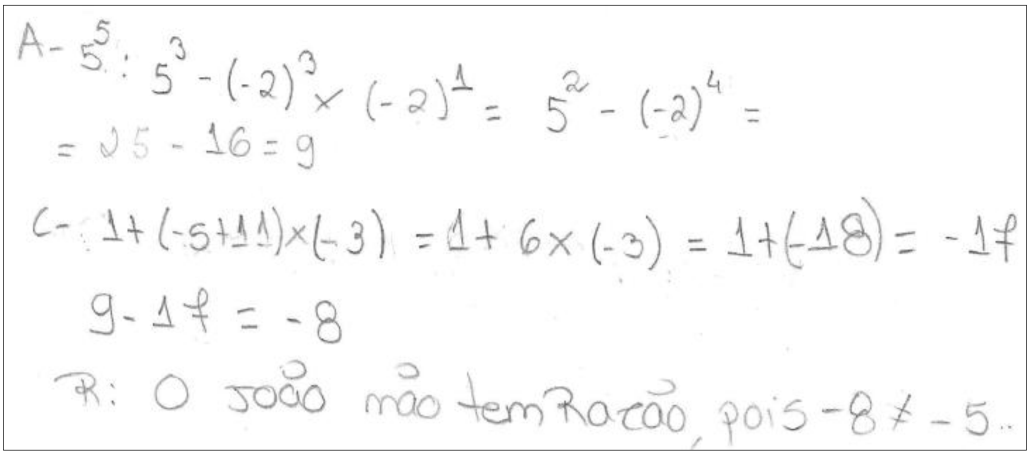
$5^5 \div 5^3 - (-2)^3 \times (-2)^1 = 5^2 - (-2)^4 =$
$= 25 - 16 = 9$

$1 + (-5 + 11) \times (-3) = 1 + 6 \times (-3) =$
$= 1 + (-18) = -17$

$9 - 17 = -4$

Não tem Razão porque $-4 \neq -5$.

Figura 6.8: Resolução da questão 1 da ficha de trabalho (Anexo III) sobre operações com números racionais pela Ana



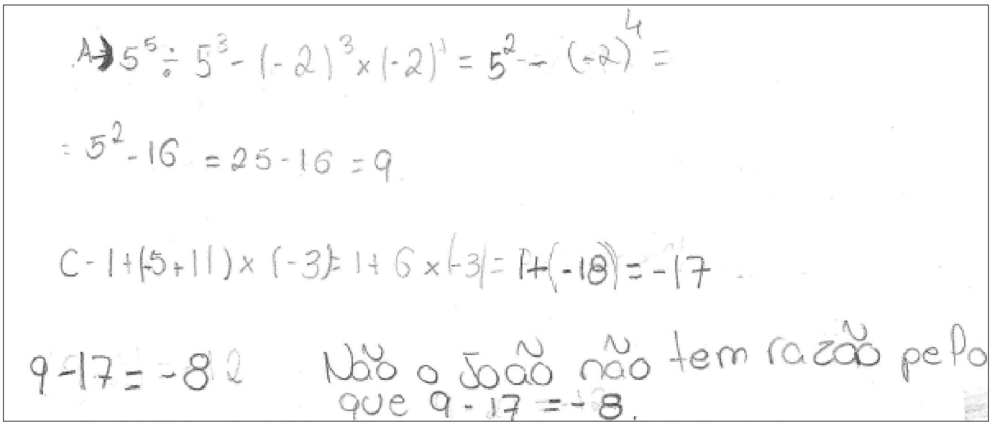
A- $5^5 : 5^3 - (-2)^3 \times (-2)^1 = 5^2 - (-2)^4 =$
$= 25 - 16 = 9$

C- $1 + (-5+11) \times (-3) = 1 + 6 \times (-3) = 1 + (-18) = -17$

$9 - 17 = -8$

R: O João não tem Razão, pois $-8 \neq -5$..

Figura 6.9: Resolução da questão 1 da ficha de trabalho (Anexo III) sobre operações com números racionais pela Bruna



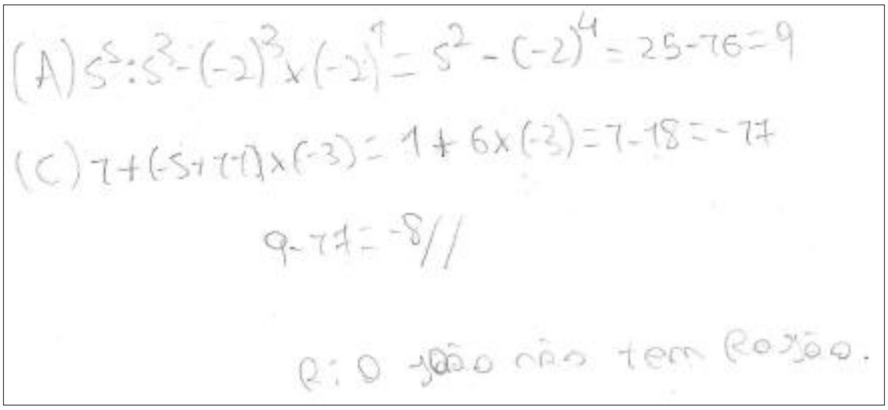
A) $5^5 \div 5^3 - (-2)^3 \times (-2)^1 = 5^2 - (-2)^4 =$

$= 5^2 - 16 = 25 - 16 = 9$

C- $1 + (-5+11) \times (-3) = 1 + 6 \times (-3) = 1 + (-18) = -17$

$9 - 17 = -8$ Não o João não tem razão pelo que $9 - 17 = -8$.

Figura 6.10: Resolução da questão 1 da ficha de trabalho (Anexo III) sobre operações com números racionais pela Cláudia



(A) $5^5 : 5^3 - (-2)^3 \times (-2)^1 = 5^2 - (-2)^4 = 25 - 16 = 9$

(C) $1 + (-5+11) \times (-3) = 1 + 6 \times (-3) = 1 - 18 = -17$

$9 - 17 = -8$//

R: O João não tem Razão.

Figura 6.11: Resolução da questão 1 da ficha de trabalho (Anexo III) sobre operações com números racionais pelo Pedro

Porém, há que salientar a forma adequada da resposta à questão. À semelhança da tarefa "Quadrado Mágico", os alunos solicitaram constantemente a ajuda da investigadora na realização desta ficha de trabalho. Autonomamente, os alunos não conseguem resolver o que lhes é solicitado. Por outro lado, os alunos mostraram-se recetivos e empenhados relativamente à tarefa proposta, na tentativa de perceber o que seria necessário para resolver corretamente as questões.

Relativamente ao caso da Bruna, a aluna revelou algumas dificuldades na resolução da ficha de trabalho, sobretudo na soma de números inteiros. As regras operatórias das potências não constituíram um obstáculo para a aluna.

Investigadora: Aqui calculaste corretamente o valor das expressões, mas depois o valor de A-C não está correto. Nenhum de vocês calculou corretamente o valor de A-C. Vê lá o que fizeste…

Bruna: Então irá ficar nove menos menos dezassete. Fica mais não é?

Investigadora: Pois, talvez… É melhor escreveres para não te enganares.

Bruna: Pois, fica nove mais dezassete que dá vinte e seis.

Investigadora: Exatamente. Então porque não fizeste bem?

Bruna: Oh não vi bem os sinais…

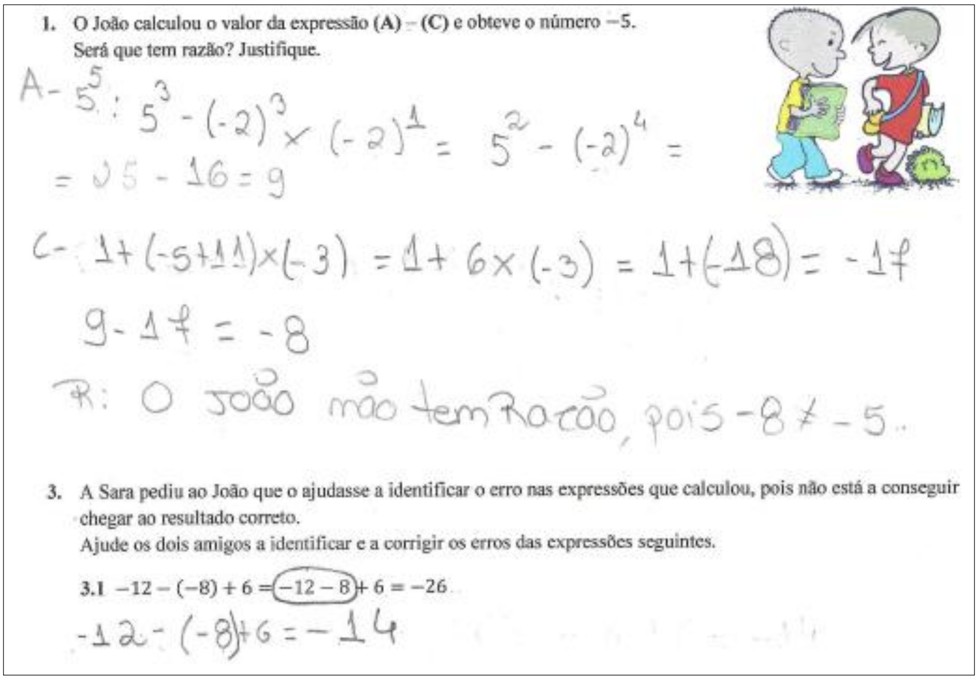
Investigadora: Além do mais, também não calculaste bem o valor da expressão $-12-(-8)+6$.

Bruna: Então é parecida com a outra. Fica menos doze mais oito mais 6. Menos doze mais oito quanto é que fica?

Investigadora: Então se tens dificuldades vê na reta numérica…

Bruna: Então fica menos quatro mais seis que dá 2.

Investigadora: Exato. Mas na ficha fizeste mal deu-te -14. Fizeste menos doze menos dois, não reparaste no sinal antes do menos oito.



1. O João calculou o valor da expressão (A) − (C) e obteve o número −5.
Será que tem razão? Justifique.

A- $5^5 : 5^3 - (-2)^3 \times (-2)^1 = 5^2 - (-2)^4 =$
$= 25 - 16 = 9$

C- $1 + (-5+11) \times (-3) = 1 + 6 \times (-3) = 1 + (-18) = -17$

$9 - 17 = -8$

R: O João não tem razão, pois $-8 \neq -5$.

3. A Sara pediu ao João que o ajudasse a identificar o erro nas expressões que calculou, pois não está a conseguir chegar ao resultado correto.
Ajude os dois amigos a identificar e a corrigir os erros das expressões seguintes.

3.1 $-12-(-8)+6 = (-12-8)+6 = -26$

$-12-(-8)+6 = -14$

Figura 6.12 : Resolução das questões 1 e 3 da ficha de trabalho (Anexo III) sobre operações com números racionais pela Bruna

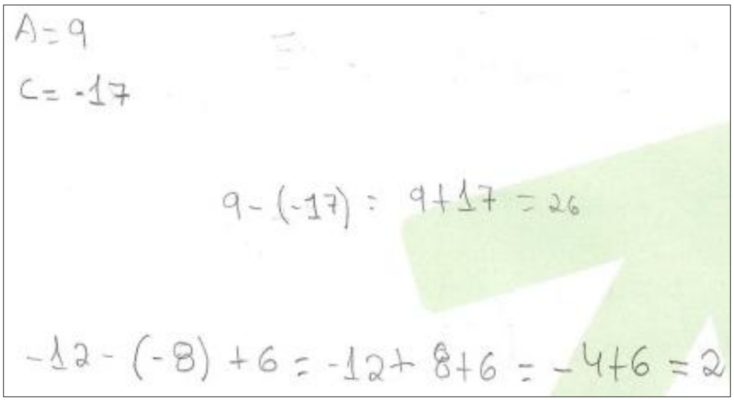


Figura 6.13: Resolução das questõs 1 e 3 da ficha de trabalho (Anexo III) sobre operações com números racionais pela Bruna na entrevista

Uma vez mais, se verificou que a aluna revela algumas dificuldades em operar com números racionais. Contudo, com algum esforço e predisposição consegue realizar as tarefas propostas.

Após a conclusão desta tarefa, as alunas Bruna e Cláudia procederam à realização da tarefa "Equatrex" (Anexo VII), cuja resolução foi terminada na sessão de trabalho seguinte. Com esta tarefa pretendia-se resolver simples equações, através da metodologia de jogo.

Ainda nesta sessão, tal como estas duas alunas, também a Inês e o Pedro resolveram uma tarefa de cariz lúdico, mas no âmbito de resolução de problemas envolvendo equações: "O Cofre do Tio Patinhas" (Anexo VI). Quer a Inês, quer o Pedro mostraram-se bastante entusiasmados perante esta tarefa, que consistiu em desvendar um enigma.

Os alunos conseguiram resolver a tarefa que lhes foi proposta sem significativas dificuldades. No entanto, a questão número dois foi a que levantou mais problemas no sentido em que era necessário traduzir o enunciado de um problema para linguagem matemática. Os dois alunos resolveram de forma diferente a questão: o Pedro resolveu por tentativa-erro e a Inês equacionou o problema.

2. O António tem um irmão que é 5 anos mais novo do que ele. Qual a idade do irmão, sabendo que a soma das idades dos dois irmãos é 29 anos?

J	A	C	Z	E
17	14	10	15	12

Figura 6.14: Enunciado da questão 2 da tarefa "O cofre do Tio Patinhas"

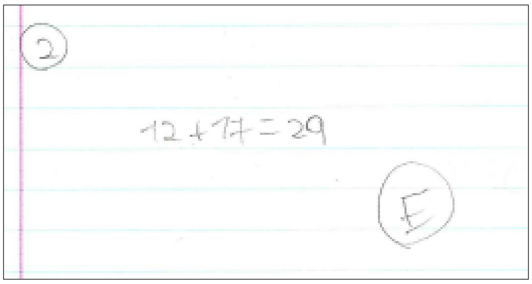


Figura 6.15: Resolução da questão 2 da tarefa "O cofre do Tio Patinhas" pelo Pedro

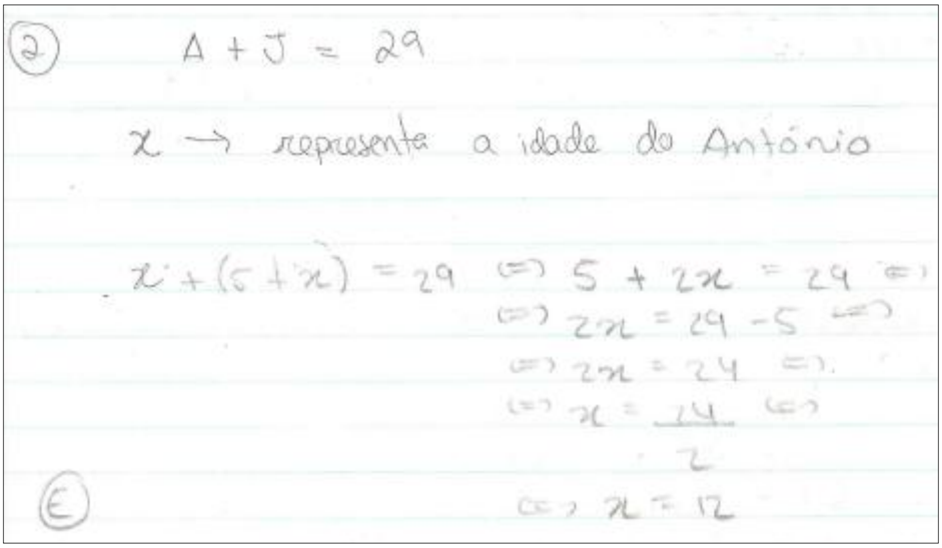


Figura 6.16: Resolução da questão 2 da tarefa "O cofre do Tio Patinhas" pela Inês

Contudo, a Inês não equacionou corretamente o problema dado que não atribuiu a designação certa à incógnita. Todavia, como se pode observar, resolveu sem dificuldades a equação que escreveu.

Investigadora: Lembraste da tarefa "O cofre do Tio Patinhas" Inês?

Inês: Sim, sim. O que correu mal foi o segundo exercício, a incógnita não estava muito bem.

Investigadora: Pois foi… Então vê lá o que fizeste…

Inês: Então assim como eu tinha feito tinha que dizer que a idade do irmão do António era $x - 5$… Pois, não está bem não… Mas se eu fizer que x representa a idade do irmão do António já ficava como tinha…

Professora: É isso mesmo. Inicialmente atrapalhaste-te um pouco em atribuir a designação correta à incógnita… Mas percebeste o teu erro?

Inês: Sim sim. Para mim é mais fácil representar a incógnita por aquilo que estão a perguntar por isso agora fiz assim…

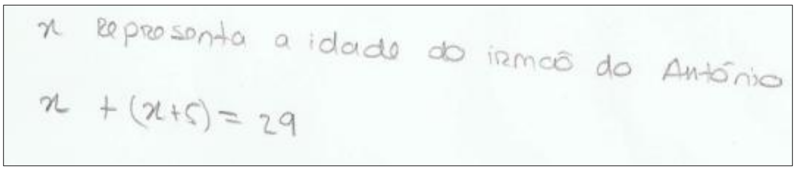


Figura 6.17: Resolução da questão 2 da tarefa "O cofre do Tio Patinhas" na entrevista pela Inês

A aluna quando foi confrontada com a sua resolução teve a perfeita noção de que não tinha identificado corretamente a incógnita do problema, afirmando que da forma como o tinha equacionado só faria sentido representar a incógnita pela idade do irmão do António.

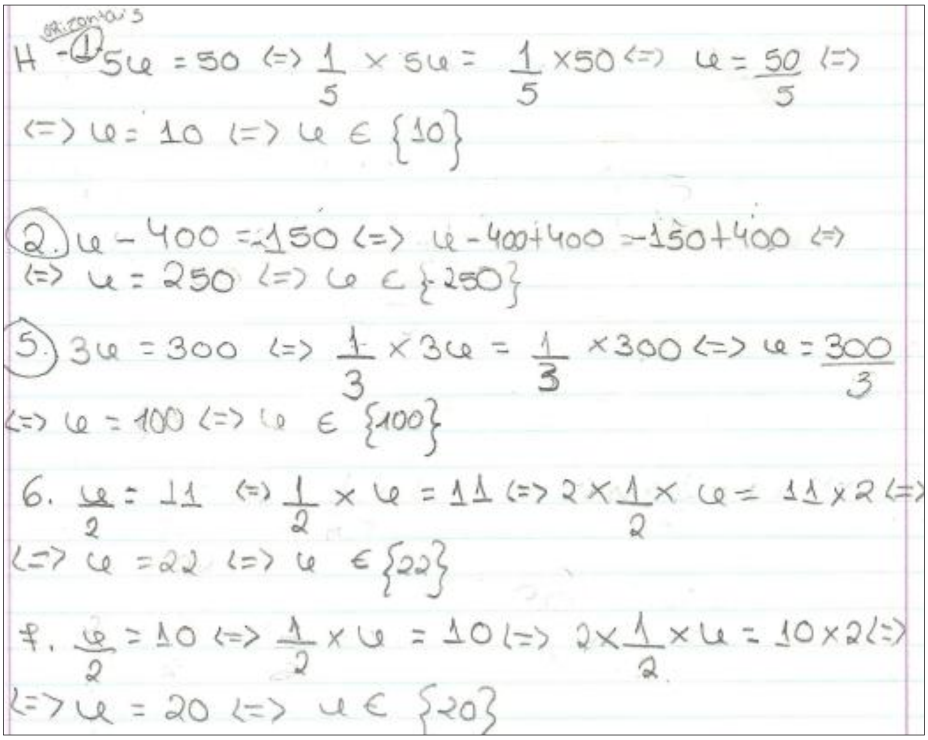
Nesta tarefa é de referir um bom desempenho da aluna mas também do Pedro. Além do bom desempenho, os dois alunos mostraram-se interessados e motivados na sua resolução, o que de facto despoletou alguma competição entre ambos no que concerne ao deciframento do enigma.

Sexta sessão

Nesta sessão a Bruna e a Cláudia terminaram a resolução da tarefa "Equatrex", cuja metodologia foi muito bem aceite pelas alunas. As alunas sentiram-se motivadas e interessadas pelo facto da tarefa ser de carácter lúdico. Observe-se particularmente a opinião da Bruna.

Investigadora: Então diz-me lá Bruna, gostaste desta atividade não foi? Resolveste tudo direitinho e estavas entusiasmada.
Bruna: Sim, gostei muito do "Equatrex", foi engraçado e as equações também não eram difíceis de resolver.
Investigadora: Mas resolveste todas as equações com os princípios de equivalência porquê?

Bruna: Eu nesta altura ainda não percebia muito bem porque tinha de mudar de membro e trocar o sinal, assim fui fazendo devagarinho à minha maneira. Aqui é que eu comecei a gostar das equações.



4 - 1) $5u = 50 \Leftrightarrow \frac{1}{5} \times 5u = \frac{1}{5} \times 50 \Leftrightarrow u = \frac{50}{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow u = 10 \Leftrightarrow u \in \{10\}$

2.) $u - 400 = -150 \Leftrightarrow u - 400 + 400 = -150 + 400 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow u = 250 \Leftrightarrow u \in \{250\}$

5.) $3u = 300 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times 3u = \frac{1}{3} \times 300 \Leftrightarrow u = \frac{300}{3}$

$\Leftrightarrow u = 100 \Leftrightarrow u \in \{100\}$

6. $\frac{u}{2} = 11 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \times u = 11 \Leftrightarrow 2 \times \frac{1}{2} \times u = 11 \times 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow u = 22 \Leftrightarrow u \in \{22\}$

7. $\frac{u}{2} = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \times u = 10 \Leftrightarrow 2 \times \frac{1}{2} \times u = 10 \times 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow u = 20 \Leftrightarrow u \in \{20\}$

Figura 6.18: Resolução de algumas equações da tarefa "Equatrex" pela Bruna

Como é percetível, a aluna compreendeu que é necessário realizar diversas operações para determinar o valor da incógnita, isto é, executa passo a passo as operações necessárias para isolar x. Por exemplo, para determinar a solução de equações do tipo $ax = b$ com $a \neq 0$, a aluna consegue compreender que é necessário multiplicar os termos de cada membro da equação por $\frac{1}{a}$. Foi uma das alunas que melhor percebeu a aplicação dos princípios de equivalência.

A sua colega Cláudia, também aplica os princípios de equivalência na resolução de equações, mas somente nas do tipo $ax = b$ com $a \neq 0$. Ao se deparar com um equação do tipo $x + a = b$, a aluna opta por resolver a equação pelo método de transposição (Kieran, 1992), muda de membro muda de sinal, tal como se pode observar na figura 6.19.

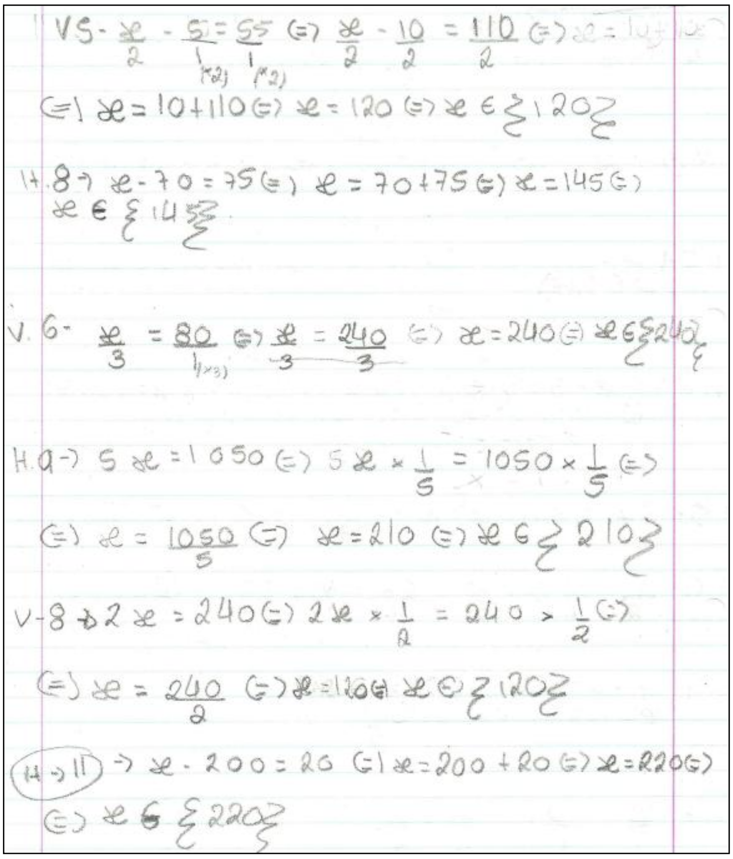
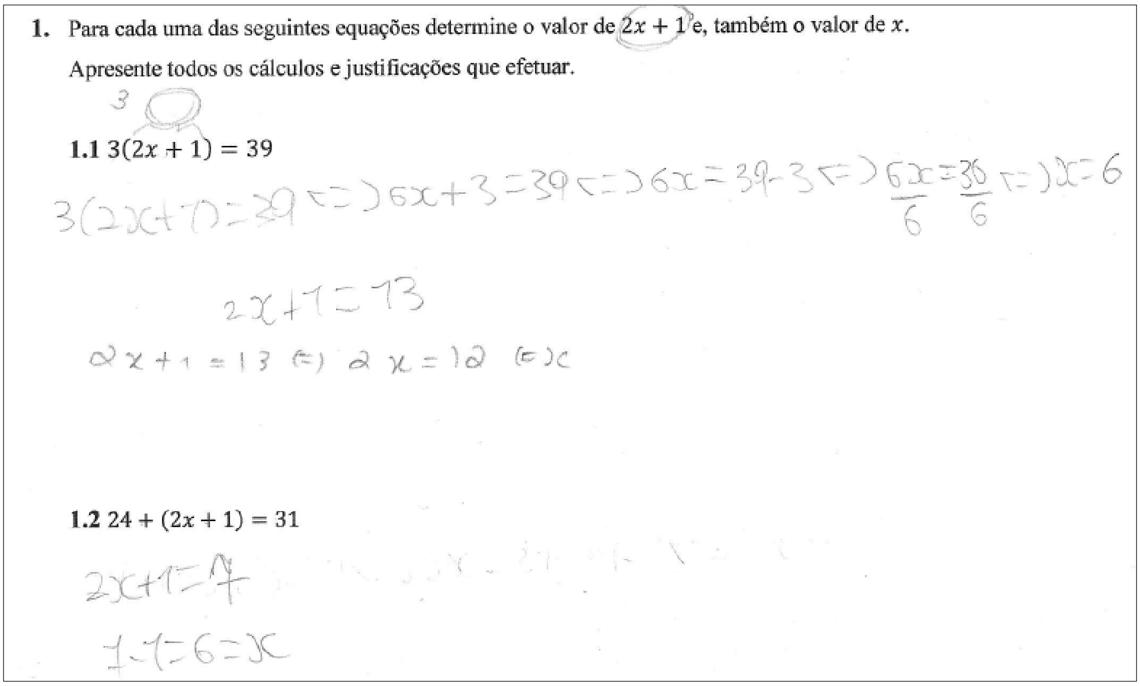


Figura 6.19: Resolução de algumas equações da tarefa "Equatrex" pela Cláudia

A resolução do "Equatrex" constituiu para as alunas uma forma de solidificar ideias no que diz respeito à resolução de equações. Fizeram bastantes questões e colocaram algumas dúvidas, demonstrando interesse em aprender.

Após a conclusão desta tarefa, as alunas iniciaram a resolução de uma outra sobre operações com números racionais (Anexo VIII), uma vez que o cálculo aritmético continua a constituir um obstáculo para as alunas.

A Inês e o Pedro nesta sessão resolveram uma ficha de trabalho sobre resolução de equações e de problemas (Anexo IX). Os alunos revelaram bastantes dificuldades, sobretudo na resolução dos problemas, porém na primeira questão, a Inês destacou-se pela positiva. Apesar de na mesma questão a investigadora ter interpretado o enunciado com os dois alunos, o Pedro demonstrou nas suas resoluções não ter compreendido a técnica de resolução de equações *"cover up"*(Kieran, 1992). Observe-se a resolução dos dois alunos:



1. Para cada uma das seguintes equações determine o valor de $2x+1$ e, também o valor de x.

Apresente todos os cálculos e justificações que efetuar.

1.1 $3(2x+1)=39$

$3(2x+1)=39 \Leftrightarrow 6x+3=39 \Leftrightarrow 6x=39-3 \Leftrightarrow \frac{6x}{6}=\frac{36}{6} \Leftrightarrow x=6$

$2x+1=13$

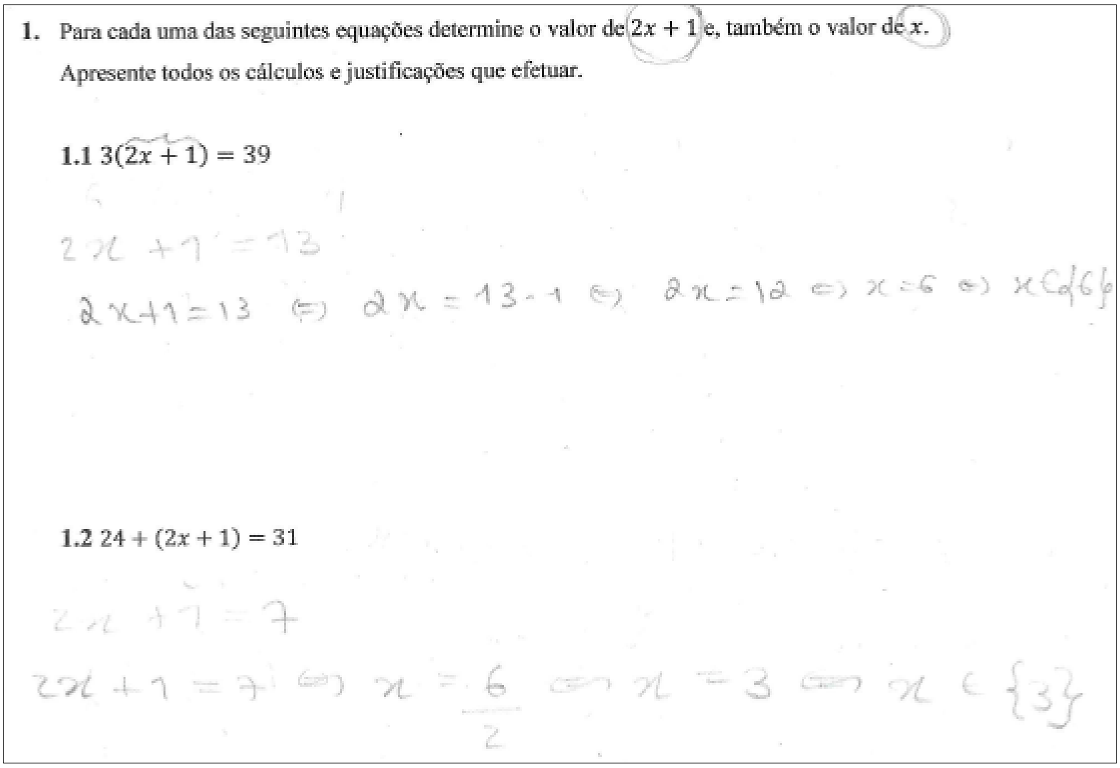
$2x+1=13 \Leftrightarrow 2x=12 \Leftrightarrow x$

1.2 $24+(2x+1)=31$

$2x+1=7$

$7-1=6=x$

Figura 6.20: Resolução da questão 1 da ficha de trabalho (Anexo IX) pelo Pedro



1. Para cada uma das seguintes equações determine o valor de $2x+1$ e, também o valor de x.

Apresente todos os cálculos e justificações que efetuar.

1.1 $3(2x+1)=39$

$2x+1=13$

$2x+1=13 \Leftrightarrow 2x=13-1 \Leftrightarrow 2x=12 \Leftrightarrow x=6 \Leftrightarrow x\in\{6\}$

1.2 $24+(2x+1)=31$

$2x+1=7$

$2x+1=7 \Leftrightarrow x=\frac{6}{2} \Leftrightarrow x=3 \Leftrightarrow x\in\{3\}$

Figura 6.21: Resolução da questão 1 da ficha de trabalho (Anexo IX) pela Inês

Verificou-se que, por se tratar de uma técnica diferente de resolução de equações, os alunos não conseguiram identificar, em primeira análise, o que era necessário efetuar. Apenas conseguiram prosseguir com a resolução de equações com a orientação da investigadora, pois foi necessário levar os alunos a perceber qual o valor que $2x + 1$ teria de tomar em cada situação. A título de exemplo, na primeira alínea, a investigadora orientou o raciocínio dos alunos de modo a que compreendessem qual o número que multiplicado por três daria como resultado trinta e nove.

Relativamente à resolução dos problemas, a situação foi idêntica. Ambos alunos revelaram muitas dificuldades na interpretação dos enunciados, pelo que surgiu a necessidade de a investigadora orientar o seu raciocínio.

De forma a perceber o motivo que esteve na origem de tal situação, observe-se, a título de exemplo o caso da Inês:

Investigadora: Esta tarefa foi complicada para ti não foi Inês? Tiveste algumas dificuldades.

Inês: Sim, esta foi mais difícil. Logo no primeiro não consegui perceber muito bem o que tinha de fazer, mas depois a stôra deu uma ajuda e lá consegui. Mas também não tinha nada de especial eu é que nunca tinha resolvido um exercício assim. Não estava mesmo a ver o que tinha de fazer…

Investigadora: Pois, tanto tu como o teu colega não estavam a perceber… Então e os dois problemas? Também foram uma complicação para vocês…

Inês: É verdade, no do número não conseguia perceber que ao escolher um número, esse número é que tinha de ser a incógnita… Então se eu não sabia qual era… Não sei o que se passou neste problema… Se calhar não estava nos meus dias…

Investigadora: Então e o problema seguinte, o do explorador?

Inês: Bem esse é que não percebi mesmo… Se não fosse com a sua ajuda ficava em branco…

Investigadora: Mas a incógnita identificaste corretamente… Então tenta lá equacionar novamente o problema…

Inês: Então vou ter que ver quanto resta de água e igualo a quatro…

Investigadora: Ok. E depois?

Inês: Então agora tenho que ver quanto resta de água. Da inicial tiro metade porque o senhor bebeu metade e depois do que sobra tiro um quinto…

Investigadora: Exatamente, tens de ir por aí… Então tenta traduzir o que disseste em linguagem matemática.

Inês: Então há-de ficar $x - \frac{x}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{5}\right) = 4$.

Investigadora: Tens a certeza? Então explica-me melhor o que escreveste.

Inês: Então o que está fora de parênteses foi quanto sobrou de um dia e o que está dentro dos parênteses é do segundo dia…

Investigadora: Isso não faz muito sentido Inês… Então vamos multiplicar as duas quantidades… Neste contexto não faz sentido. Então repara, o explorador bebeu metade da água no primeiro dia, certo? Quanta água restou no pote?

Inês: Metade.

Investigadora: Exatamente. Então do que restou da quantidade de água, que é metade, o explorador bebeu um quinto. Portanto, no segundo dia bebeu um quinto da metade da quantidade da água que estava no pote. Não consegues escrever isso? Um quinto da metade da quantidade da água em linguagem matemática?

Inês: Um quinto da metade?! Não estou a ver como vou fazer isso…

Investigadora: Então vamos ver aqui um exemplo… Repara, quanto é um quarto de cem?

Inês: Então é um quarto vezes cem, que é vinte e cinco.

Investigadora: Exatamente. Então e quanto é um quinto da metade da água?

Inês: Ahh! Já estou a ver… Então é um quinto vezes xis sobre dois.

Investigadora: Vês como conseguiste, então equaciona o problema.

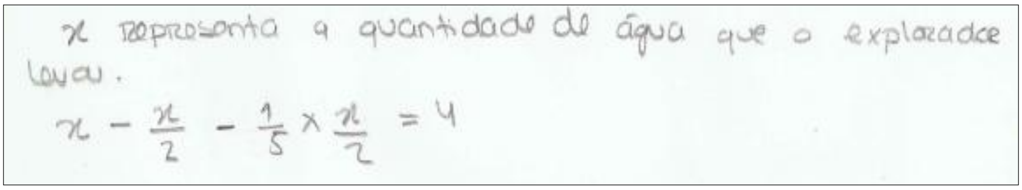


Figura 6.22: Resolução do problema do explorador da ficha de trabalho (Anexo IX) pela Inês na entrevista

Ao longo da resolução desta tarefa a aluna revelou algumas dificuldades, sobretudo na interpretação dos enunciados das questões. Este facto poderá ser explicado talvez pelo diferente tipo de questões apresentadas, pois foram um pouco diferentes das que tinham sido realizadas em sala de aula até então. Como se pode observar, a aluna com alguma ajuda conseguiu equacionar o problema. Porém, a estratégia utilizada foi a utilização de parênteses, ou seja, para a aluna os parênteses representaram uma forma de separar a quantidade de água bebida nos dois dias.

Com esta tarefa, os dois alunos tiveram oportunidade de resolver questões diferentes das que já tinham resolvido. No entanto, surgiram dificuldades na interpretação dos respetivos enunciados, os alunos não foram capazes de se abstrair e resolver uma questão diferente das que lhe foram propostas anteriormente. Na primeira questão, seria expectável que os alunos conseguissem resolver autonomamente as equações, porém, sobretudo o aluno Pedro, ficou confundido de tal forma, que apresentou uma resolução quase impercetível. Além disso, o problema do explorador não foi claro para os alunos.

Sétima sessão

Na sétima sessão a Bruna e a Cláudia terminaram a resolução da ficha de trabalho (Anexo VIII) que iniciaram na sessão anterior sobre aritmética.

Uma vez mais se verificou que as alunas revelam dificuldades nas operações com números racionais. Na primeira questão surgiu a dúvida de como simplificar $-(-6)$ e também de como calcular $\left[\left(-\frac{7}{5}\right)^0\right]^3$. Porém, é de referir que as alunas não demonstraram dificuldades na divisão de frações.

No entanto, a aluna Cláudia, continuou a atribuir, no cálculo de expressões numéricas, a prioridade à primeira operação que lhe é apresentada. Particularmente, atribuiu prioridade à operação subtração em detrimento da multiplicação, observe-se a figura 6.23.

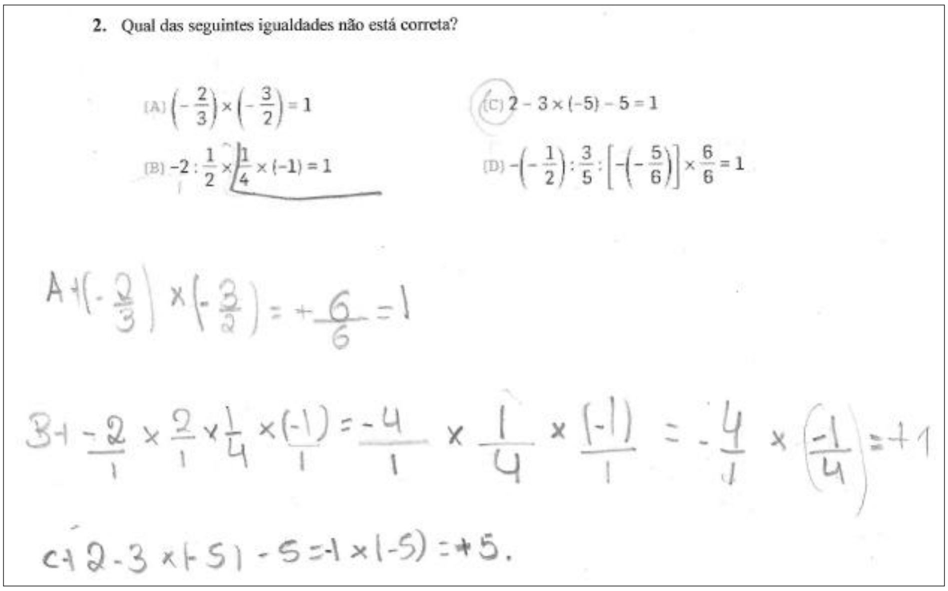


Figura 6.23: Resolução da questão 2 da tarefa (Anexo VIII) pela Cláudia

Por outro lado, a aluna Bruna no cálculo de expressões algébricas efetua demasiados passos em determinadas questões enquanto que noutras omite vários passos. A fim de perceber mais pormenorizadamente o seu raciocínio, a investigadora questionou a aluna.

Investigadora: Aqui nesta ficha de trabalho, na questão 1.5, fizeste passos muito rápidos, podias ter-te enganado. Vou-te pedir que calcules novamente o valor desta expressão numérica.

Bruna: Ok.

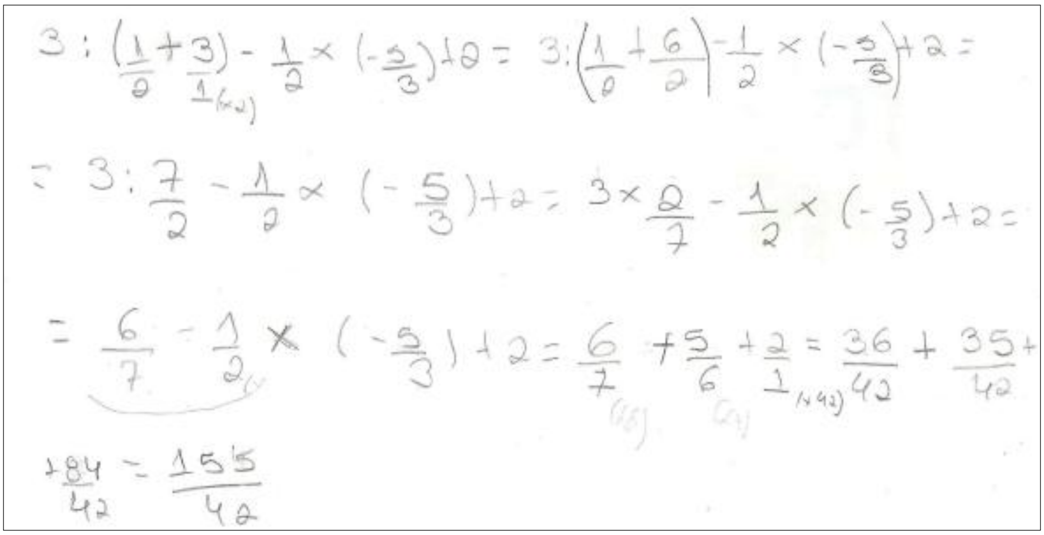


Figura 6.24: Resolução da questão 1.5 (Anexo VIII) da ficha de trabalho pela Bruna na entrevista

Investigadora: Fizeste mais passos agora do que da primeira vez que resolveste e agora ias dar prioridade à subtração na expressão $\frac{6}{7} - \frac{1}{2} \times \left(-\frac{5}{3}\right) + 2$. Não estavas a ver bem…

Bruna: Pois não eu não estava a ver o sinal de vezes…

Investigadora: Tens de ter mais atenção…

Bruna: Pois, é verdade… Devia ter mais atenção. Eu quando estou sozinha não consigo estudar porque me distraio bastante e depois se tenho uma dúvida já não faço mais nada. Mas se tiver alguém que me ajude até consigo fazer…

Investigadora: E relativamente às regras de potências, lembraste do que fizeste? O que fizeste para calcular $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^3$ e $\left[\left(-\frac{7}{5}\right)^0\right]^3$?

Bruna: Então multipliquei as potências.

Investigadora: Os expoentes, não é? Mas na altura eu lembro-me que não sabias o que tinhas de fazer. Mas ficaste com a ideia, o que é muito bom. Então e depois como calculaste $\left(-\frac{7}{5}\right)^0$?

Bruna: Dá um. Eu lembro-me que qualquer coisa elevada a zero dá um. A stôra até me explicou isso com uma letra elevada a zero.

Investigadora: Exatamente, é isso mesmo Bruna. Portanto tens presente as regras das potências. Mas no exercício seguinte podias ter feito menos contas… Vê lá o que fizeste.

Bruna: Pois, eu sei. Podia ter simplificado algumas coisas. Mas eu quis fazer devagar para não me enganar.

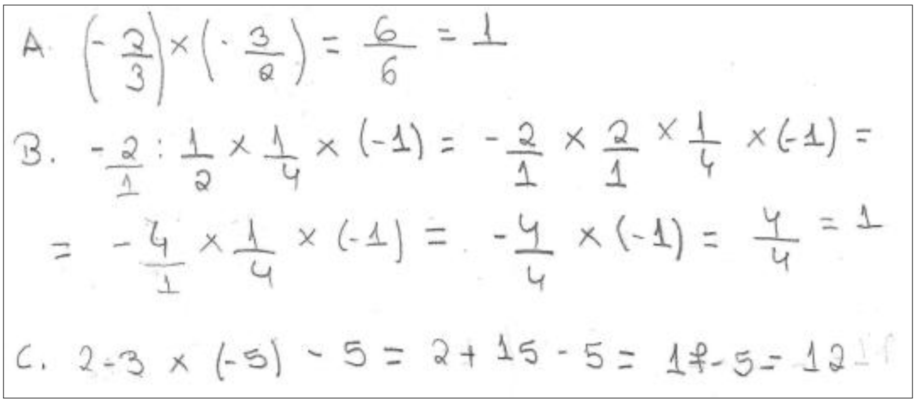


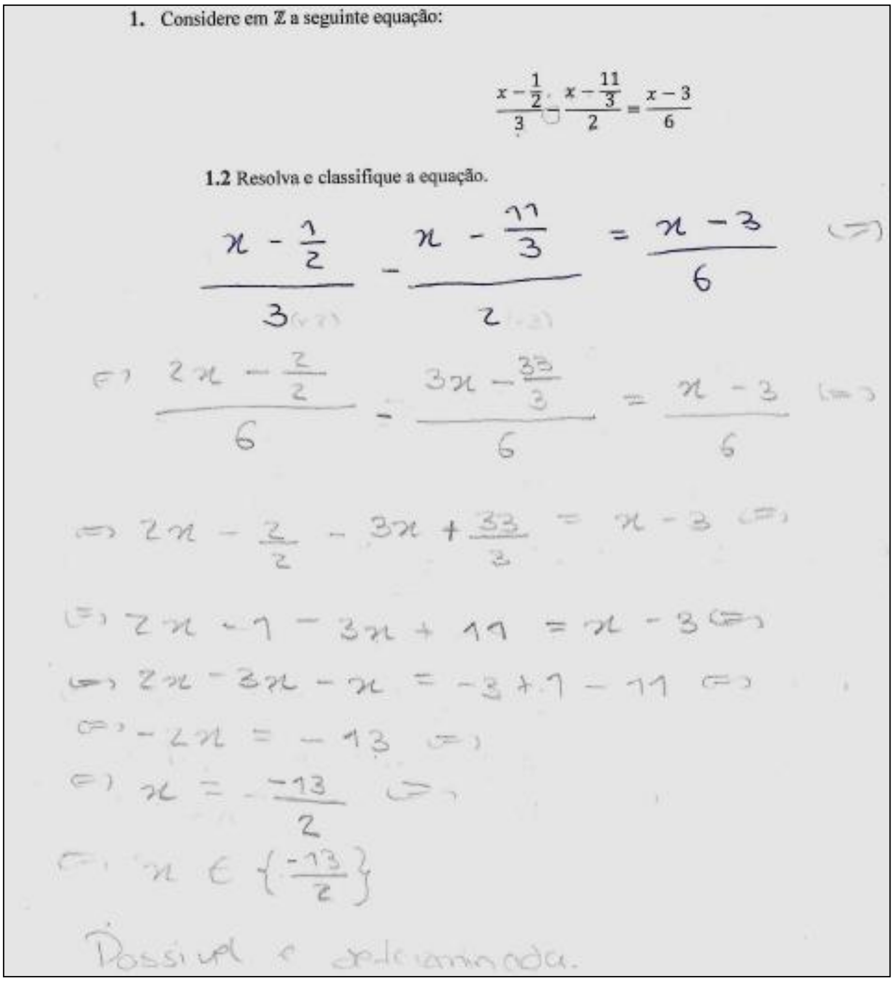
Figura 6.25: Resolução da questão 2 da ficha de trabalho (Anexo VIII) pela Bruna

Pelo que a investigadora observou, a Bruna demonstrou uma melhoria significativa no cálculo de expressões numéricas e conseguiu reter as regras operatórias das potências, recordando-se de representações concretas como por exemplo o facto de qualquer número elevado a zero ser um ($a^0 = 1, a \neq 0$). Contudo, na entrevista, no decorrer do cálculo da expressão numérica da questão 1.5 da tarefa (Anexo VIII), a aluna atribuiu prioridade à primeira operação apresentada, erro também cometido pela sua colega Cláudia. Apesar de ambas alunas compreenderem as regras operatórias de potências e as de divisão de frações, continuam a cometer este erro apesar de já terem sido alertadas anteriormente para o efeito. Todavia, a investigadora verificou que nesta sessão de trabalho as alunas apresentaram um comportamento agitado, fator que poderia ter estado na origem do erro.

Após a conclusão desta tarefa, foi proposto às duas alunas a resolução de uma ficha de trabalho sobre resolução de equações e de problemas (Anexo XI), que foi concluída na sessão de trabalho seguinte.

Os alunos Inês e Pedro resolveram uma ficha de trabalho (Anexo X) com conteúdos com um nível de dificuldade superior nesta sessão. Foi-lhes solicitada a identificação dos termos e a resolução da equação $\frac{x-\frac{1}{2}}{3} - \frac{x-\frac{11}{3}}{2} = \frac{x-3}{6}$ e, também, a resolução de dois problemas.

Em primeira análise, os alunos demonstraram alguma reticência perante o aspeto visual da equação. Diante esta atitude, a investigadora sugeriu que os alunos reduzissem todos os termos da equação ao mesmo denominador, que neste caso seria a seis. Mas, no entanto, o Pedro não conseguiu realizar a tarefa autonomamente, mas já a Inês foi capaz de resolver a equação com a sugestão, contudo não a classificou corretamente, como se pode verificar pela figura 6.26.



1. Considere em $\mathbb{Z}$ a seguinte equação:

$$\frac{x-\frac{1}{2}}{3}-\frac{x-\frac{11}{3}}{2}=\frac{x-3}{6}$$

1.2 Resolva e classifique a equação.

$$\frac{x-\frac{1}{2}}{3_{(\times 2)}}-\frac{x-\frac{11}{3}}{2_{(\times 3)}}=\frac{x-3}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-\frac{2}{2}}{6}-\frac{3x-\frac{33}{3}}{6}=\frac{x-3}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x-\frac{2}{2}-3x+\frac{33}{3}=x-3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x-1-3x+11=x-3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x-3x-x=-3+1-11 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x=-13 \Leftrightarrow$$

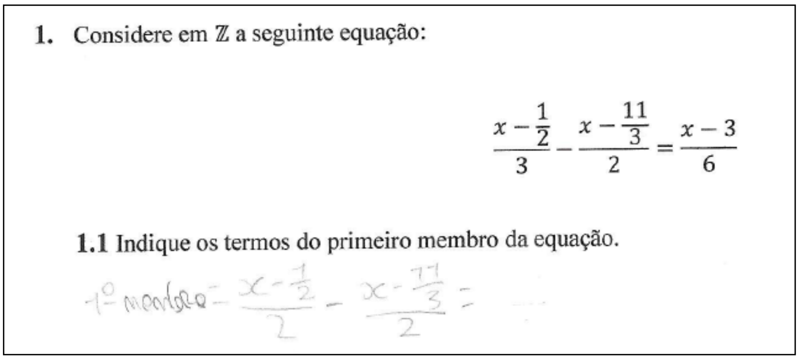
$$\Leftrightarrow x=\frac{-13}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{\frac{-13}{2}\right\}$$

Possível e determinada.

Figura 6.26: Resolução e classificação da equação da ficha de trabalho (Anexo X) pela Inês

A identificação dos termos da equação constituiu um obstáculo para o Pedro, na medida em que não conseguia perceber que era necessário efetuar as divisões para obter cada um dos termos da equação. A investigadora observou que o aspeto visual da mesma se revelou um impedimento para o aluno, quer na identificação dos seus termos quer na sua resolução. Observe-se o modo como o aluno identificou os termos da equação:



1. Considere em $\mathbb{Z}$ a seguinte equação:

$$\frac{x-\frac{1}{2}}{3}-\frac{x-\frac{11}{3}}{2}=\frac{x-3}{6}$$

1.1 Indique os termos do primeiro membro da equação.

1º membro $= \frac{x-\frac{1}{2}}{2} - \frac{x-\frac{11}{3}}{2} =$

Figura 6.27: Identificação dos termos da equação da ficha de trabalho (Anexo X) pelo Pedro

Relativamente à resolução de problemas, a Inês revelou-se mais confortável uma vez que gosta bastante de resolver problemas, no entanto, o Pedro não conseguiu equacionar os problemas sem ajuda. Identificar qual a incógnita do problema foi uma tarefa difícil para o Pedro, por isso, começou por resolvê-lo utilizando o processo de tentativa-erro. Esta estratégia foi muitas vezes adotada pelo aluno quando se deparava numa situação em que é necessário traduzir o problema para linguagem matemática.

Com o objetivo de compreender mais detalhadamente o desempenho da Inês nesta tarefa, a investigadora questionou-a relativamente à sua resolução.

Investigadora: Relativamente a esta tarefa Inês, na primeira questão não tiveste dificuldades pois não?

Inês: Não, aqui não tive. Bastava dividir tudo por três, o xis, o menos um meio e depois tinha de ver o sinal de menos antes da fração e fiz o mesmo… Tive foi dificuldades em resolver a equação… Não sabia como havia de começar…

Investigadora: Pois, foi… Mas eu dei-te uma sugestão não foi?

Inês: Sim sim. Tive que reduzir ao mesmo denominador mas cá em baixo, por seis…

Investigadora: Exatamente, só assim poderias tirar os denominadores posteriormente. E tu tinhas começado por reduzir ao mesmo denominador as frações do numerador… Ias ter muito mais trabalho e com certeza que te ias enganar…

Inês: Sim, eu tive essa noção. Depois fiz bem…

Investigadora: Mas não acabaste bem… Vê lá o que fizeste…

Inês: EEhh pois foi…Eu nem olhei lá para cima…

Investigadora: Pois, tens que ver o conjunto em que estamos a trabalhar… Menos treze meios não é um número inteiro…

Inês: Tenho que ter mais atenção…

Investigadora: E os problemas? Resolveste bem?

Inês: O dos iogurtes era fácil, tinha era de ver a conversão de euros para cêntimos. O outro é que não percebi, era difícil… Não sabia o que havia de pôr para incógnita…

Investigadora: Pois, este era um pouco mais complicado, o Pedro também teve muitas dúvidas. Mas depois com a minha ajuda até conseguiram resolver…

Embora a equação desta tarefa fosse diferente das apresentadas anteriormente, a aluna não teve dificuldade em identificar os termos do primeiro membro da equação. Porém, demonstrou dificuldades na sua resolução, começando em primeiro lugar por reduzir ao mesmo denominador as frações dos numeradores. Nesta sequência, a professora investigadora sugeriu que reduzisse ao mesmo denominador $\frac{x-\frac{1}{2}}{3}$ e $\frac{x-\frac{11}{3}}{2}$, pois seria mais fácil realizar as operações necessárias. No que diz respeito à resolução dos problemas, o primeiro problema não levantou quaisquer dúvidas além da conversão de euros para cêntimos, já o segundo constituiu um obstáculo para a aluna na medida em que não conseguiu identificar a incógnita do problema.

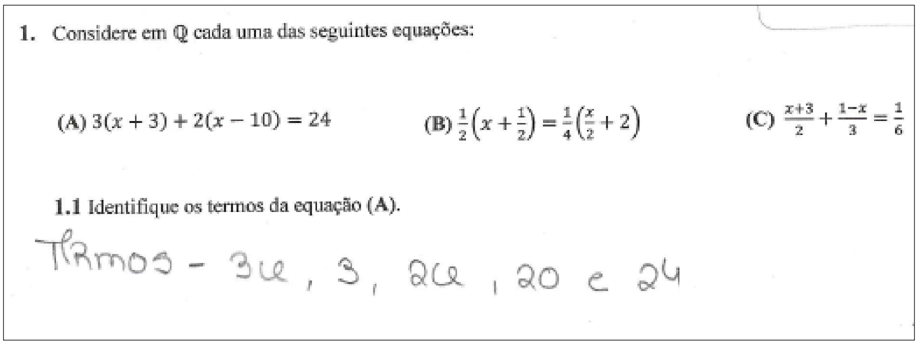
Contudo, o Pedro revelou muitas dificuldades na resolução da tarefa. Talvez fosse necessário aplicar uma tarefa com um nível de dificuldade mais baixo, uma vez que o aluno demonstrou não ser capaz de trabalhar com uma equação deste tipo. É também de referir, que o aluno quando se depara com uma situação que não consegue traduzir para linguagem matemática, adota a estratégia de tentativa-erro para resolver o problema.

Em suma, esta tarefa não se revelou de facto adequada dado que exigia uma destreza de cálculo mais avançada, a qual os alunos ainda não conseguiam dominar.

<u>Oitava sessão</u>

Nesta sessão os alunos trabalharam em grupo: a Bruna e a Cláudia resolveram em conjunto o problema proposto na ficha de trabalho (Anexo XI) da sessão anterior e, ainda, resolveram um problema adicional cujo enunciado se encontra numa das fichas de trabalho (Anexo X) resolvidas pela Inês e pelo Pedro. Estes dois alunos trabalharam em conjunto na resolução do problema de Diofanto (Anexo XII).

Relativamente à questão 1 da ficha de trabalho (Anexo X), quer a Ana quer a Bruna não identificaram corretamente os termos da equação devido à incorreta aplicação da propriedade distributiva. As alunas não distribuem a multiplicação na totalidade pela adição. Observe-se a título de exemplo as suas resoluções:



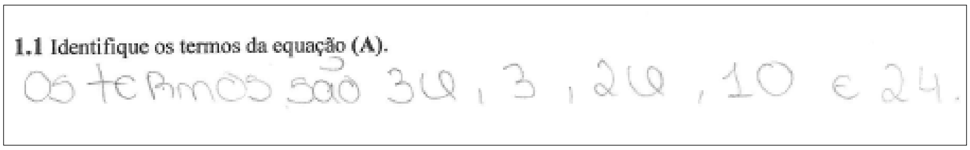
1. Considere em $\mathbb{Q}$ cada uma das seguintes equações:

(A) $3(x+3)+2(x-10)=24$ (B) $\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{x}{2}+2\right)$ (C) $\frac{x+3}{2}+\frac{1-x}{3}=\frac{1}{6}$

1.1 Identifique os termos da equação (A).

Termos - 3x , 3, 2x , 20 e 24

Figura 6.28: Resolução da questão 1.1 da ficha de trabalho (Anexo XI) pela Bruna

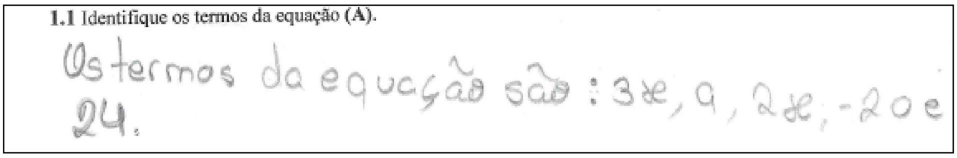


1.1 Identifique os termos da equação (A).

Os termos são 3x, 3, 2x, 10 e 24.

Figura 6.29: Resolução da questão 1.1 da ficha de trabalho (Anexo XI) pela Ana

Porém, nas sessões de trabalho este aspeto já tinha sido apontado pela investigadora. Por outro lado, é importante destacar o bom desempenho nesta questão da aluna Cláudia.

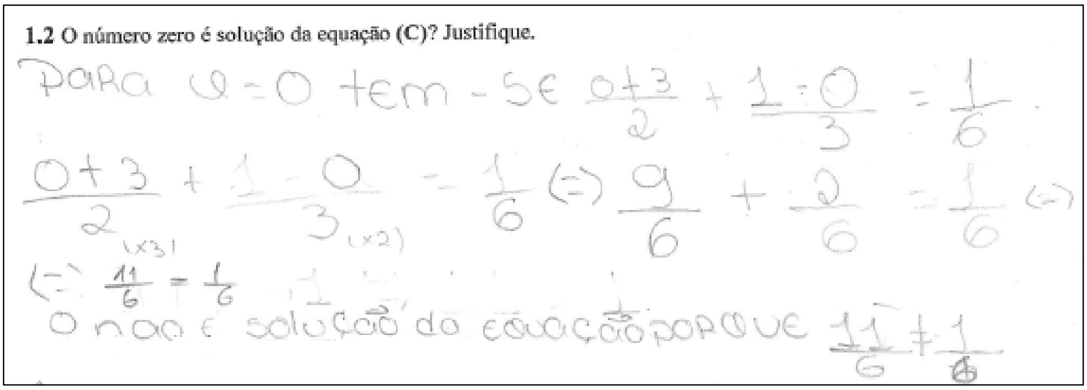


1.1 Identifique os termos da equação (A).

Os termos da equação são: 3x, 9, 2x, -20 e 24.

Figura 6.30: Resolução da questão 1.1 da ficha de trabalho (Anexo XI) pela Cláudia

Verificou-se que na resolução das equações ambas alunas aplicaram corretamente a propriedade distributiva, o que aparentemente revela que as alunas sabem aplicar esta propriedade. É também importante referir, que as alunas em questão, sem exceção, compreendem o que têm de fazer para verificar se um dado número é solução de uma equação sem a resolver. Observe-se, por exemplo, a resolução da Ana.



1.2 O número zero é solução da equação (C)? Justifique.

Para $x = 0$ tem-se $\frac{0+3}{2} + \frac{1-0}{3} = \frac{1}{6}$.

$\frac{0+3}{2}_{(\times 3)} + \frac{1-0}{3}_{(\times 2)} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{9}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{11}{6} = \frac{1}{6}$

0 não é solução da equação porque $\frac{11}{6} \neq \frac{1}{6}$

Figura 6.31: Resolução da questão 1.2 da ficha de trabalho (Anexo XI) pela Ana

Para compreender mais detalhadamente o raciocínio adotado pela Bruna, a investigadora questionou-a relativamente à resolução da questão 1 desta ficha de trabalho.

Investigadora: Já viste que nesta ficha de trabalho aplicaste outra vez incorretamente a propriedade distributiva?

Bruna: Pois é, estou sempre a fazer o mesmo erro…

Investigadora:. Então afinal quais são os termos da equação?

Bruna: Então o 3 passa a 9 e o 20 a -20.

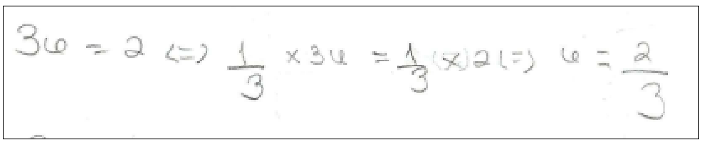
Investigadora: Exatamente, se te concentrares consegues chegar lá.

Bruna: Eu fiz isso à pressa.

Investigadora: Pois, estou a ver que fazes tudo assim por isso é que não tiras melhores notas… Mas depois para resolveres a equação aplicaste bem a propriedade distributiva e na equação seguinte também.

Bruna: Pois foi …

Professora: Enganaste-te foi a resolver a equação $3x = 2$. Disseste que a solução era $\frac{3}{2}$. Não está bem… Trocaste. Resolve lá como tu sabes…



$3x = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} (\times) 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

Figura 6.32: Resolução da equação $3x = 2$ pela Bruna

Bruna: Bem já nem sei o que fiz da primeira vez, troquei isso tudo…

Investigadora: Na equação C $\left[\frac{x+3}{2} + \frac{1-x}{3} = \frac{1}{6}\right]$ também não tiveste um bom desempenho Bruna, mudaste os termos de membro mas não mudaste os sinais e esqueceste-te do termo que já estava no segundo membro da equação… Podias ter resolvido pelos princípios de equivalência que terias feito melhor…

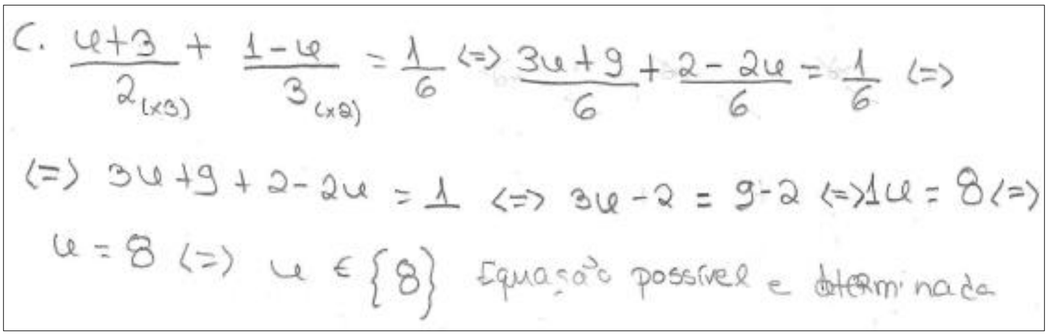


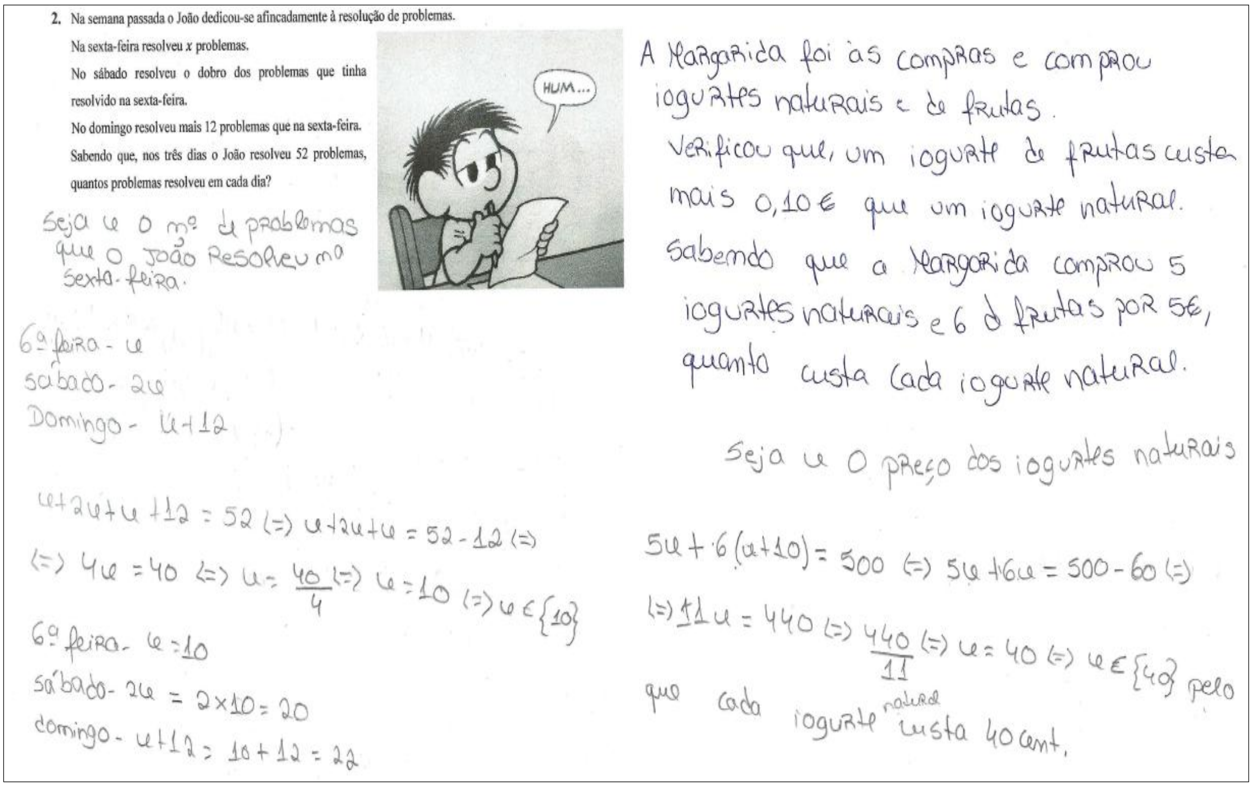
Figura 6.33: Resolução da equação C da ficha de trabalho (Anexo XI)

Foi observado que a aluna na resolução de equações ao tentar decorar as regras comete diversos erros de cálculo, no entanto, ao utilizar os princípios de equivalência resolve sem dificuldades as equações que lhe são propostas. Este aspeto foi denotado em diversas sessões de trabalho.

Quanto ao trabalho desenvolvido em grupo pelas alunas, ambas trabalharam muito bem e terminaram a resolução do problema sem dificuldades e antes do final da sessão. Seguidamente, a investigadora propôs-lhes a resolução do problema dos "iogurtes" (Anexo X).

No que diz respeito ao primeiro problema, as alunas não interpretaram corretamente o seu enunciado. Ao identificarem a incógnita, conseguiram facilmente escrever o número de problemas resolvidos pelo João no sábado. No entanto, o número de problemas resolvidos no domingo não foi escrito corretamente, dado que tinham sido resolvidos no domingo mais doze problemas que na sexta-feira, isto é, as alunas afirmaram que no domingo tinham sido resolvidos doze problemas e não mais doze problemas. Apesar desta dificuldade, posteriormente, conseguiram equacionar e resolver o problema corretamente.

Relativamente ao problema dos "iogurtes", verificou-se que as alunas interpretaram sem dificuldades o seu enunciado. Contudo, à semelhança da Inês e do Pedro não efetuaram corretamente a conversão de euros para cêntimos ou vice-versa. Não obstante, apresentaram uma resolução correta do problema. Observe-se por exemplo a resolução apresentada pela Bruna.


2. Na semana passada o João dedicou-se afincadamente à resolução de problemas.
Na sexta-feira resolveu x problemas.
No sábado resolveu o dobro dos problemas que tinha resolvido na sexta-feira.
No domingo resolveu mais 12 problemas que na sexta-feira.
Sabendo que, nos três dias o João resolveu 52 problemas, quantos problemas resolveu em cada dia?

Seja u o nº de problemas que o João resolveu na sexta-feira.

6ª feira - u
sábado - $2u$
Domingo - $u+12$

$u+2u+u+12=52 \Leftrightarrow u+2u+u=52-12 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4u=40 \Leftrightarrow u=\frac{40}{4} \Leftrightarrow u=10 \Leftrightarrow u\in\{10\}$

6ª feira - $u=10$
sábado - $2u=2\times10=20$
domingo - $u+12=10+12=22$

A Margarida foi às compras e comprou iogurtes naturais e de frutas.
Verificou que, um iogurte de frutas custa mais 0,10 € que um iogurte natural.
Sabendo que a Margarida comprou 5 iogurtes naturais e 6 de frutas por 5€, quanto custa cada iogurte natural.

Seja u o preço dos iogurtes naturais

$5u+6(u+10)=500 \Leftrightarrow 5u+6u=500-60 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 11u=440 \Leftrightarrow \frac{440}{11} \Leftrightarrow u=40 \Leftrightarrow u\in\{40\}$ pelo que cada iogurte natural custa 40 cent.

Figura 6.34: Resolução de problemas pela Bruna

Para compreender melhor o desempenho das alunas nesta sessão de trabalho em grupo, a investigadora questionou a aluna Bruna nesse sentido.

Investigadora: Relativamente ao trabalho de grupo que desenvolveste com a Cláudia, correu muito bem não foi?

Bruna: Sim, correu. Eu gostei mais de trabalhar em grupo, sempre dá para discutir as coisas em conjunto.

Investigadora: E não tiveram nenhumas dificuldades na resolução dos problemas?

Bruna: Eu pelo menos não tive. Aquilo de converter para cêntimos para euros é que eu não me lembrava de fazer, mas a stôra deu uma dica e nós conseguimos fazer.

Investigadora: Muito bem. Então quer dizer que estás à vontade na resolução de problemas. Gostas de resolver problema é isso?

Bruna: Mais ou menos. Gosto mais de resolver equações. Gostei mais daquilo do "Equatrex".

Nesta sessão, as alunas mostraram-se motivadas pelo facto de terem desenvolvido o seu trabalho em grupo. Empenharam-se nas tarefas e, na generalidade, conseguiram resolver o que lhes foi proposto sem significativas dificuldades. Observou-se que esta metodologia constituiu para as alunas um modo de aprofundar e compreender melhor a resolução de problemas envolvendo equações algébricas.

A par do trabalho da Bruna e da Cláudia, a Inês e o Pedro resolveram em conjunto o célebre problema do Diofanto (Anexo XI). É de referir que os alunos demoraram algum tempo a equacionar o problema já que tiveram algumas dificuldades em interpretar o enunciado. Já com o problema equacionado, surgiu outro obstáculo, mas desta vez em termos de cálculo, isto é, os alunos tiveram dificuldades em determinar o mínimo múltiplo comum entre seis, doze e sete. No que concerne à apresentação do problema, os alunos não o fizeram da forma mais completa. A Inês apenas referiu o significado da incógnita utlizada no final da resolução e além disso, os dois alunos não apresentaram resposta para o problema. Apenas determinaram o valor da incógnita e não referiram qual o seu significado no contexto do problema. Observe-se, por exemplo, a resolução do Pedro.

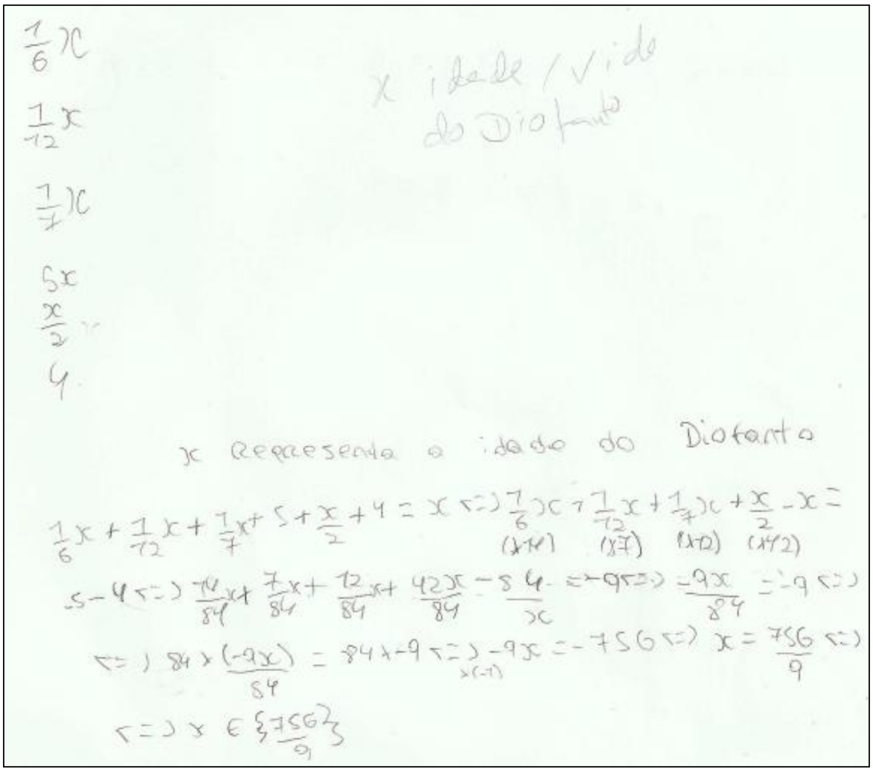


Figura 6.35: Resolução do problema de Diofanto pelo Pedro

Com a finalidade de compreender melhor o trabalho desenvolvido pelos dois alunos, a investigadora entrevistou a aluna Inês.

Investigadora: E relativamente ao problema do Diofanto, o que achaste?

Inês: Eu gostei bastante de resolver este problema, foi giro…

Investigadora: Em equacionar não tiveste dúvidas e depois o que aconteceu?

Inês: Sim, não conseguíamos encontrar um denominador comum… Mas andámos às voltas e lá conseguimos…

Investigadora: Pois foi. Demoraram um pouco mas conseguiram… Mas não escreveste tudo direitinho… Só identificaste a incógnita no final da resolução, não apresentaste resposta…

Inês: Pois, não fiz isso nem sei porquê…

Com a resolução do problema de Diofanto, uma vez mais a Inês demonstrou que consegue resolver problemas. Porém, desta vez, não apresentou de forma completa a sua resolução. Relativamente ao trabalho em grupo, observou-se que esta metodologia não foi a mais indicada para estes alunos, uma vez que o Pedro não conseguiu acompanhar o ritmo da Inês, o que o levou apenas a reproduzir na sua folha de respostas o que a Inês resolveu. Por outro lado, verificou-se que os alunos se sentiram motivados na resolução deste problema devido o seu contexto.

Nona e décima sessões

À semelhança da terceira sessão, também na nona, foram realizadas revisões para o teste de avaliação. Os alunos resolveram exercícios do manual adotado e solicitaram a ajuda da investigadora sempre que surgiram dificuldades.

Na seguinte sessão foi adotada uma abordagem diferente das utilizadas nas outras sessões, de forma a possibilitar aos alunos um contacto com as novas tecnologias no âmbito da resolução de problemas envolvendo equações algébricas.

Com recurso a uma aula interativa (Anexo XII) foi proposto aos alunos a resolução de alguns problemas, cuja execução estava orientada em cada slide. Os alunos apenas preencheram os espaços em branco de forma a que a resolução ficasse correta. Devido à logística da sala de aula, apenas esteve disponível um computador, pelo que os alunos resolviam no seu lugar o problema e, posteriormente, cada aluno preencheu os espaços em branco de um slide.

Na generalidade, os alunos gostaram desta metodologia de trabalho, mas verificou-se que alguns resolveram as questões rapidamente para saírem o mais cedo possível, o que de certa forma poderá ter contribuído para o seu fraco desempenho.

Os problemas que foram abordados nesta aula interativa eram acessíveis a todos os alunos, pelo que seria expectável que todos os conseguissem resolver sem significativas dificuldades. Contudo, apenas a Inês conseguiu resolver o último problema. Os restantes alunos não interpretaram corretamente o que era pedido no enunciado.

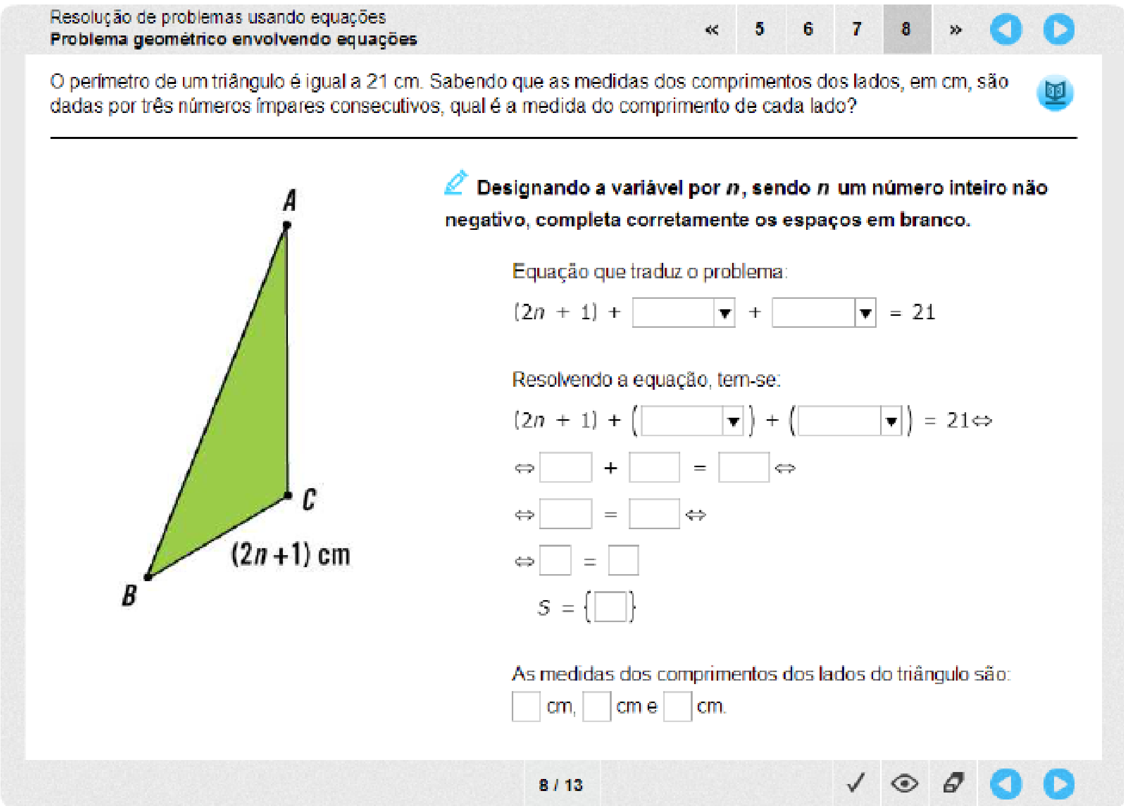


Figura 6.36: Enunciado do problema de geometria da aula interativa

Com a finalidade de comprender quais as dificuldades inerentes à resolução deste problema, a investigadora entrevistou a aluna Bruna.

Investigadora: E aula interativa? O que achaste? Achaste os problemas difíceis? Conseguiste resolver?

Bruna: Também gostei, gostei de ver. Os problemas não eram muito difíceis. O das idades é que era confuso.

Investigadora: O último não conseguiste resolver. Não conseguiste interpretar bem o enunciado, não sei se te lembras. Podemos ver novamente. Portanto, tínhamos que o perímetro de um triângulo era de 21 cm e que as medidas dos comprimentos dos seus lados eram dadas por três números ímpares consecutivos. Além disso sabíamos que um lado media $(2n+1)\ cm$. A tua dificuldade surgiu em determinar as medidas dos comprimentos dos outros lados do triângulo. Então explica lá como é que irias fazer? Se tens um número ímpar como é que obtens o que está a seguir?

Bruna: Não sei stôra. Não estou a ver.

Investigadora: Então se estiveres no 3, que é um número ímpar, o que fazes para obteres o número ímpar seguinte?

Bruna: Então somo dois.

Investigadora: Exatamente. E o seguinte?

Bruna: Somo dois outra vez.

Investigadora: Então neste caso é igual. Se $2n+1$ representa um número ímpar o que fazes para obteres o número ímpar seguinte?

Bruna: Também somo dois. Então vai ser $2n+3$ e a seguir $2n+5$.

Investigadora: Exatamente. E depois é só somares tudo e igualares a 21 que é o perímetro do triângulo. Sabendo depois o valor de n sabes determinar o comprimento das medidas dos lados do triângulo.

Inês: Sim sim. Essa dos números ímpares é que não estava a ver…

A Bruna revelou dificuldades em determinar quais os números ímpares consecutivos a $2n+1$, porém com um exemplo concreto conseguiu compreender o que teria de efetuar. Já a aluna Inês consegui resolver o problema sem quaisquer dificuldades, observe-se o seu raciocínio na entrevista.

Investigadora: Então Inês, e o que achaste da aula interativa?

Inês: Até gostei, foi uma coisa diferente…

Investigadora: Foste a única aluna que resolveu bem o último problema… Não sei se te lembras… Vê lá como pensaste…

Inês: Então se o lado do triângulo era $2n+1$ e os outros dois eram números ímpares consecutivos, bastava ir somando dois… Foi assim que fiz, se somasse só um ia ter um número par…

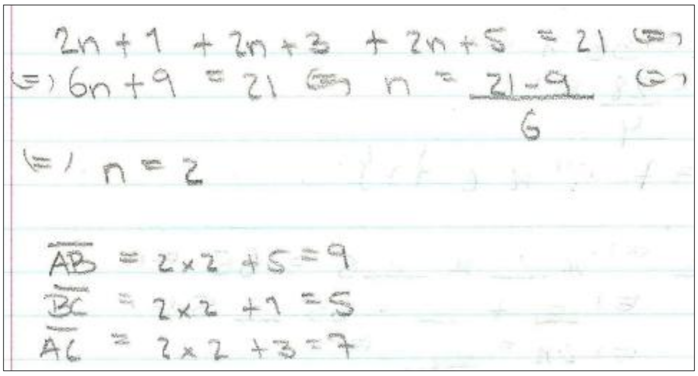


Figura 6.37: Resolução do problema de geometria da aula interativa pela Inês

Esta tarefa constitui, sem dúvida, uma nova metodologia de trabalho para os alunos. Deste modo, seria expectável que os alunos se sentissem mais motivados e, consequentemente mais empenhados na sua resolução. Dado que todo o raciocínio estava orientado em cada problema, seria de esperar que fosse mais simples realizar a tarefa. Porém, verificou-se que alguns alunos, sobretudo o Pedro, não compreendeu o que seria necessário efetuar.

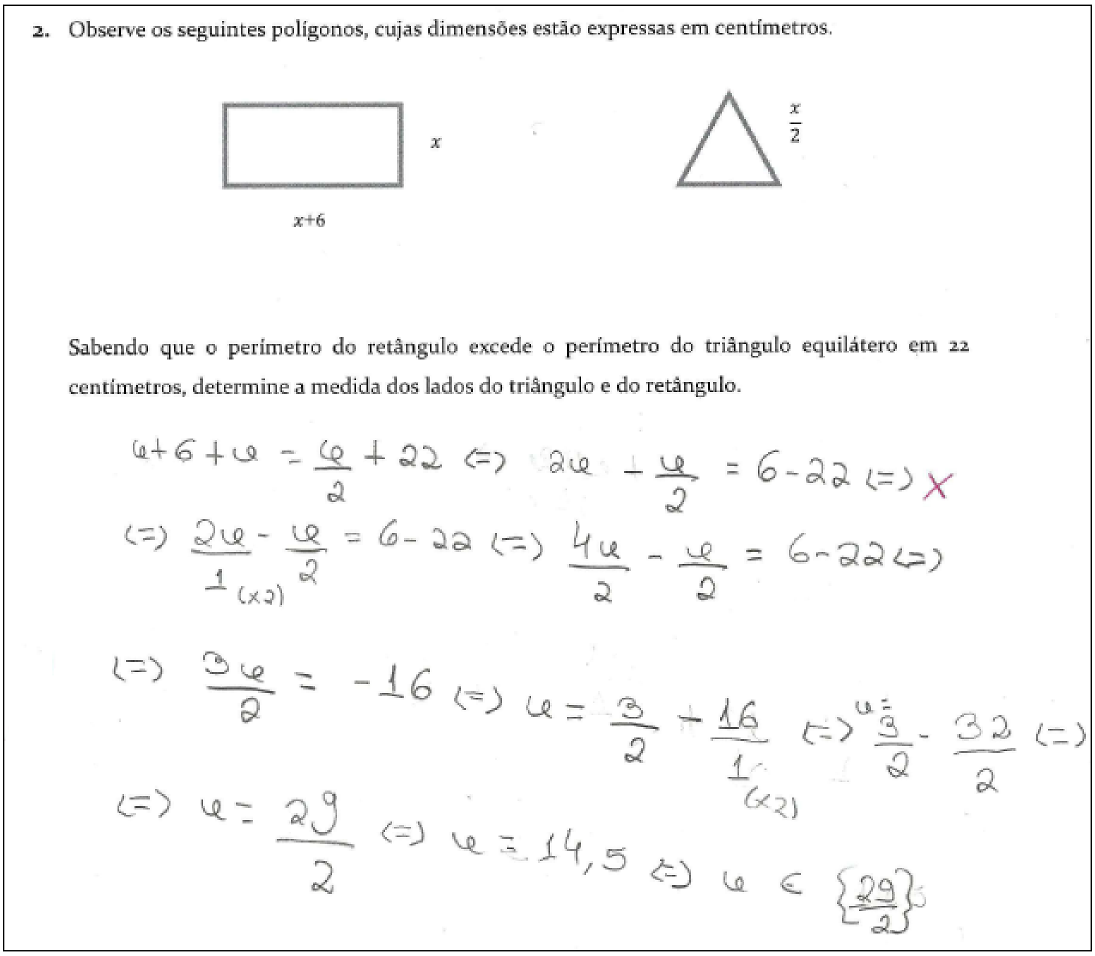
Décima primeira sessão

Por fim, na última sessão foi realizada uma ficha formativa (Anexo XIV) com o objetivo de aferir os conhecimentos adquiridos pelos alunos no âmbito do subdomínio das equações algébricas. Os conteúdos abordados na ficha incluíram a identificação de termos e membros de uma equação, resolução da mesma, a verificação se um dado número é solução de uma equação (sem a resolver) e a resolução de um problema geométrico.

Seria expectável que todos os alunos obtivessem uma classificação satisfatória na ficha formativa, uma vez que as questões propostas eram relativamente semelhantes às realizadas ao longo das sessões de trabalho. No entanto, apenas duas alunas obtiveram uma classificação positiva, a Ana e a Inês, com 52% e 70% respetivamente.

Verificou-se, na generalidade, que os alunos identificam corretamente os termos de uma equação. Contudo, na resolução de equações cometem diversos erros e apresentam significativas dificuldades quando se trata de determinar o perímetro de um polígono. Apenas a Inês resolveu corretamente o problema proposto enquanto que os seus colegas começaram inicialmente por equacionar o problema de forma errada dado não terem escrito corretamente as expressões correspondentes ao perímetro de cada polígono.

Observe-se por exemplo a resolução da Bruna.



2. Observe os seguintes polígonos, cujas dimensões estão expressas em centímetros.

Sabendo que o perímetro do retângulo excede o perímetro do triângulo equilátero em 22 centímetros, determine a medida dos lados do triângulo e do retângulo.

$x+6+x = \frac{x}{2} + 22 \Leftrightarrow 2x - \frac{x}{2} = 6-22 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{\frac{2x}{1}} - \frac{x}{2} = 6-22 \Leftrightarrow \frac{4x}{2} - \frac{x}{2} = 6-22 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{3x}{2} = -16 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} + \underset{(\times 2)}{\frac{16}{1}} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} - \frac{32}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{29}{2} \Leftrightarrow x = 14{,}5 \Leftrightarrow x \in \left\{\frac{29}{2}\right\}$

Figura 6.38: Resolução do prolema da ficha formativa (Anexo XIV) pela Bruna

De forma a perceber a estratégia adotada pela Bruna, a investigadora questionou-a relativamente à sua resolução.

Investigadora: Já reparaste o que fizeste na resolução deste problema? Como é que se calcula o perímetro de um qualquer polígono?

Bruna: Então somo todos os lados.

Investigadora: E foi o que fizeste? Só somaste as medidas dos lados que aparecem no esquema. Vê lá com calma e faz isso como deve de ser. E resolve também com calma a equação…

Bruna: Então eu vou fazer devagar.

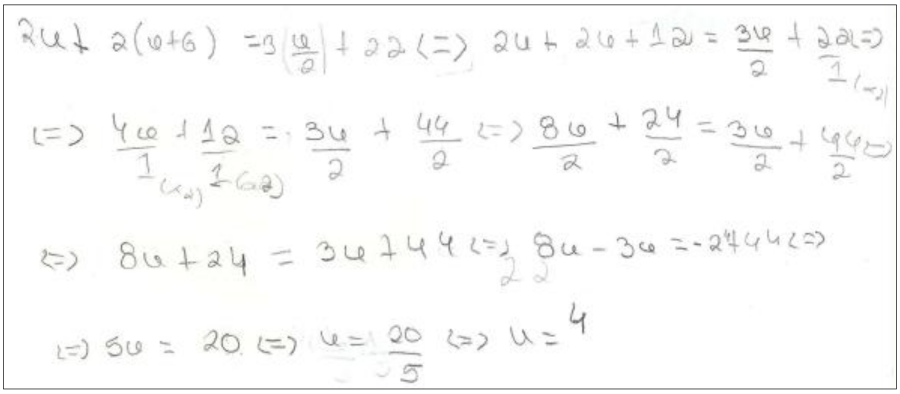


Figura 6.39: Resolução do problema da ficha formativa (Anexo XIV) na entrevista pela Bruna

Investigadora: Vês conseguiste fazer, mas mesmo assim alguns sinais puseste mal, mas depois emendaste.

Uma vez mais a aluna resolveu corretamente a questão na entrevista, sendo por isso, difícil encontrar explicações para o desempenho que mostrou na ficha formativa. Quando questionada, a aluna demonstra compreender os conceitos mas quando resolve autonomamente as questões comete diversos erros. Contudo, é de notar que a aluna nesta fase consegue resolver as equações que lhe são propostas sem aplicar diretamente os princípios de equivalência, o que poderá constituir um fator positivo na sua aprendizagem, revelando que compreendeu a necessidade de utilizar os princípios de equivalência e, por isso, não apresenta tantos passos nas suas resoluções.

Por outro lado, também no primeiro teste de avaliação (Anexo XV) se verificou que a aluna não aplica corretamente a propriedade distributiva e que não sabe calcular o perímetro de um polígono, o que de facto vai ao encontro do desempenho que mostrou ao longo das sessões de trabalho.

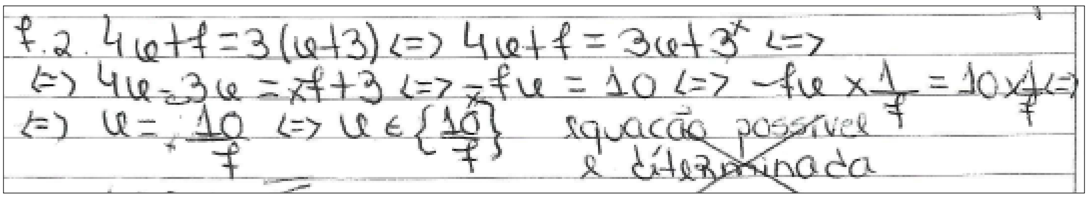
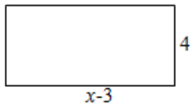


Figura 6.40: Resolução da questão 7.2 do primeiro teste de avaliação do segundo período (Anexo XV)

6. Considere o retângulo da figura.



6.1. Indique qual das seguintes expressões permite calcular o seu perímetro P, em função de x.

(A) $P = 4(x-3)$ **(B)** $P = 4x-3$ **(C)** $P = 2(x-3)+8$ **(D)** $P = (x-3)+4$

Figura 6.41: Enunciado da questão 6 do primeiro teste de avaliação do segundo período (Anexo XV)

Com o objetivo de compreender melhor a sua prestação no primeiro teste de avaliação, a investigadora questionou a aluna relativamente à sua resolução.

Investigadora: Também erraste uma questão de geometria no teste parecida com a que resolveste na ficha formativa final. Então não consegues ver qual é o perímetro do retângulo?

Bruna: Então há-de ser duas vezes o 4 mais duas vezes $x - 3$.

Investigadora: Exatamente. E tu respondeste a opção (D). Se acertasses esta questão já terias positiva no teste.

Bruna: Realmente é verdade, preciso de estudar mais.

A incorreta aplicação da propriedade distributiva, leva muitas vezes a aluna a não responder corretamente ao que lhe é solicitado, sobretudo ao nível da identificação de termos de uma equação.

Além do mais, na resolução de equações apresenta muita facilidade na aplicação direta dos princípios de equivalência. No entanto, no início do segundo período, ao aplicar a regra de transposição (Kieran, 1992) cometeu vários erros dado que apenas decorou a regra e, que, tem presente a ideia de que é necessário trocar o sinal de um dos termos. Relativamente à resolução de problemas, a aluna evidenciou algumas dificuldades no que concerne à interligação da Álgebra com a Geometria, uma vez que determinar o perímetro de um polígono constituiu um obstáculo para a aluna.

Por outro lado, a Inês destacou-se pela positiva na ficha formativa. Não obstante, cometeu alguns erros de cálculo que não seriam expectáveis. Com o objetivo de compreender melhor o desempenho da aluna, a investigadora questionou-a nesse sentido.

Investigadora: Olha Inês nem posso acreditar o erro que cometeste na questão 1…

Inês: Então o que é que eu fiz?

Investigadora: Como é que se multiplicam frações?

Inês: Então multiplico os numeradores e depois os denominadores.

Investigadora: Exatamente. E é isso que aqui está? Tu escreveste que quatro vezes menos um sobre doze dá menos quatro sobre quarenta e oito…

Inês: Ehhh pois foi… Multipliquei tudo por quatro…

Investigadora: E também escreveste que dois terços vezes dois dá quatro sextos… Não sei onde estavas com a cabeça…

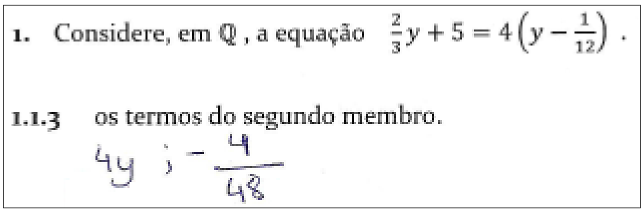
Inês: Eu distraí-me de certeza… Não costumo fazer isso…

Investigadora: Pois, também acho que cometeste um erro de distração… E o problema está todo certo e a resolução muito bem apresentada. Gostas de resolver problemas não é?

Inês: Sim, gosto bastante. Agora esta matéria que estamos a dar agora é que não gosto muito…

Investigadora: A Geometria?

Inês: Sim, não gosto muito. Gosto mais da Álgebra…

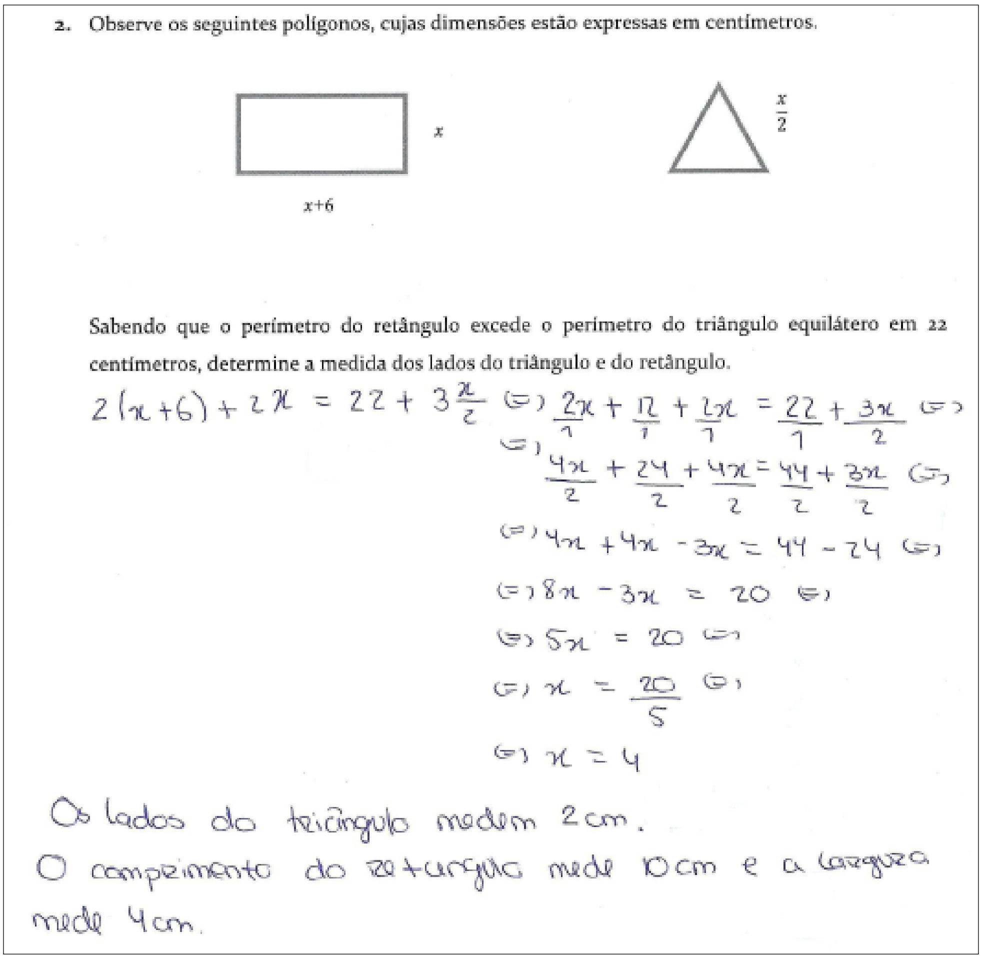


1. Considere, em $\mathbb{Q}$, a equação $\frac{2}{3}y + 5 = 4\left(y - \frac{1}{12}\right)$.

1.1.3 os termos do segundo membro.

$4y$; $-\frac{4}{48}$

Figura 6.42: Resolução da questão 1.1.3 da ficha formativa (Anexo XIV) pela Inês



2. Observe os seguintes polígonos, cujas dimensões estão expressas em centímetros.

Sabendo que o perímetro do retângulo excede o perímetro do triângulo equilátero em 22 centímetros, determine a medida dos lados do triângulo e do retângulo.

$$2(x+6)+2x = 22+3\frac{x}{2} \Leftrightarrow \frac{2x}{1}+\frac{12}{1}+\frac{2x}{1}=\frac{22}{1}+\frac{3x}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{2}+\frac{24}{2}+\frac{4x}{2}=\frac{44}{2}+\frac{3x}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x+4x-3x=44-24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8x-3x=20 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x=20 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{20}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=4$$

Os lados do triângulo medem 2cm.

O comprimento do retângulo mede 10cm e a largura mede 4cm.

Figura 6.43: Resolução da questão 2 da ficha formativa (Anexo XIV) pela Inês

Como é observado, a Inês demonstrou um bom desempenho nesta ficha formativa. Contudo, cometeu um erro de cálculo grave, que esteve na origem de falta de atenção e não na ausência de conhecimentos, pois a aluna ao ser questionada relativamente à multiplicação de frações responde corretamente afirmando que para multiplicar frações basta multiplicar os respetivos numeradores e denominadores.

Além do bom desempenho demonstrado ao longo do segundo período nas sessões de trabalho, também nos testes de avaliação a aluna demonstrou um bom desempenho. Veja-se a título de exemplo a questão 7 do primeiro teste de avaliação do segundo período.

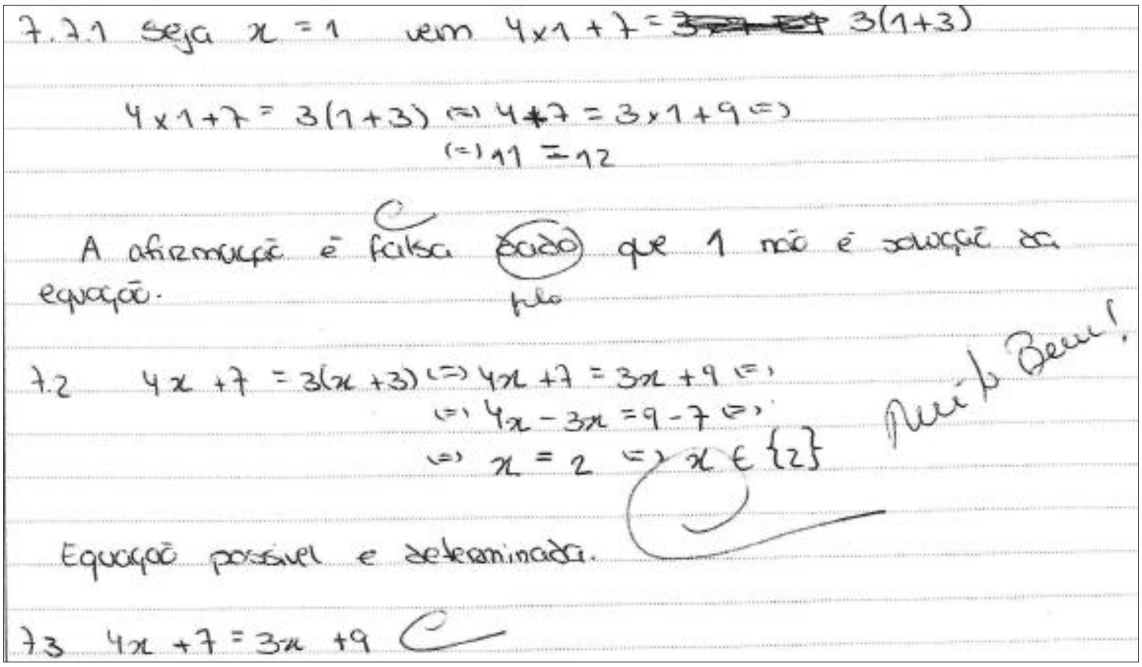
7. Considere, em $\mathbb{Z}$, a equação $4x+7=3(x+3)$.

7.1. Averigue se o número 1 é solução da equação.

7.2. Resolva e classifique a equação.

7.3. Escreva uma equação equivalente a $4x+7=3(x+3)$.

Figura 6.44: Enunciado da questão 7 do primeiro teste de avaliação (Anexo XV) do segundo período


7.1.1 Seja $x=1$ vem $4\times1+7=$ ~~3~~ $3(1+3)$

$4\times1+7=3(1+3) \Leftrightarrow 4+7=3\times1+9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 11=12$

A afirmação é falsa dado que 1 não é solução da equação.
e
pelo

7.2 $4x+7=3(x+3) \Leftrightarrow 4x+7=3x+9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4x-3x=9-7 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x\in\{2\}$

Muito Bem!

Equação possível e determinada.

7.3 $4x+7=3x+9$

Figura 6.45: Resolução da questão 7 do primeiro teste de avaliação do segundo período pela Inês

Porém, a aluna não resolveu corretamente a última questão do teste, afirmando não saber como escrever o que lhe fora pedido porque o que estava no enunciado era a resposta à questão.

10. Prove que, dados dois números racionais a e b, se $a \neq 0$, a solução da equação $ax=b$ é $x=\dfrac{b}{a}$.

Figura 6.46: Enunciado da questão 10 do primeiro teste de avaliação do segundo período

Investigadora: Então Inês explica-me lá porque não fizeste bem esta questão…

Inês: Então isso já está resolvido, não sabia o que fazer mais…

Investigadora: Mas tenta novamente… Tu no teste explicaste por palavras… Tenta agora resolver a equação.

Inês: Então vou resolver… Vai dar ao mesmo mas pronto…

$$ax = b \Leftrightarrow x = \frac{b}{a}$$

Figura 6.47: Primeira resolução da questão 10 do primeiro teste do segundo período na entrevista

Investigadora: Ok. Está bem… Mas repara estão a pedir-te para demonstrares. Tem que ficar tudo claro. Imagina que eu não sabia que o a tinha de passar para o outro lado a dividir… Ias explicar-me assim como fizeste?

Inês: Ahh já estou a perceber… Com os princípios de equivalência…

Investigadora: Exatamente… Tenta lá agora…

$$ax = b \Leftrightarrow \frac{ax}{a} = \frac{b}{a} \Leftrightarrow x = \frac{b}{a}$$

Figura 6.48: Segunda resolução da questão 10 do primeiro teste do segundo período na entrevista

Investigadora: Vês conseguiste fazer… Achaste difícil?

Inês: Não, só não me tinha lembrado fazer assim…Como já estou a habituada a mudar de membro e mudar o sinal, não me lembrei.

Nesta questão, a aluna deparou-se com algumas dificuldades, uma vez mais, em descodificar o enunciado. Além do mais, dado que resolve as equações com recurso ao método de transposição (Kieran, 1992), não reparou que para resolver esta questão, a aplicação dos princípios de equivalência forneciam uma ótima ajuda no que diz respeito à explicação de passos intermédios.

No final da entrevista, a aluna apresentou o trabalho (Anexo XVI) que a investigadora lhe propôs. O trabalho consistia na demonstração da seguinte propriedade: Se $\boldsymbol{b}$ é um número ímpar, será que $\boldsymbol{3b}$ é também um número ímpar? . Era expectável que a aluna não conseguisse resolver a questão sem ajuda. Contudo, apresentou a sua resolução com base em casos particulares. Observe-se a sua resolução:

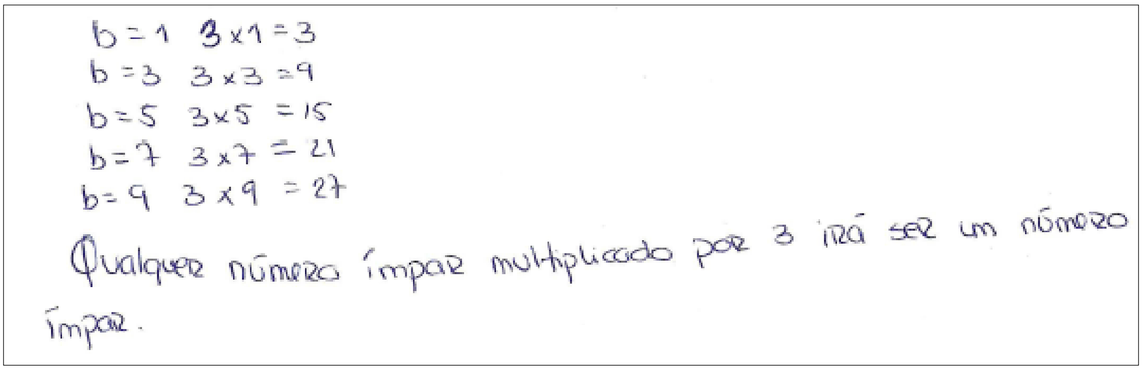


Figura 6.49: Resolução da tarefa de investigação pela Inês

De forma a compreender a sua resolução, a investigadora questionou a aluna.

Investigadora: Então Inês o que achaste desta tarefa?

Inês: Achei difícil… Eu sei que não está muito bem, mas fiz assim…

Investigadora: Então achas que está alguma coisa mal?

Inês: É assim eu só fiz para uns casos, não sei dá para todos…

Investigadora: Exatamente… É isso que está a faltar… Temos que ver para o caso geral. Não tens nenhuma sugestão?

Inês: Não, a minha dúvida é mesmo essa…

Investigadora: Então está bem… Vamos lá ver… Repara, como é que consegues obter uma expressão para determinar os números pares?

Inês: Então vou obter os múltiplos de dois, escrevo $2n$.

Investigadora: Exatamente. Então e para os ímpares não tens nenhuma ideia?

Inês: Tenho tenho… Basta somar um ao $2n$.

Investigadora: Ok. Boa! Então agora já está feito. Como é que sabes que três vezes um número ímpar é ímpar?

Inês: Então agora é só substituir…

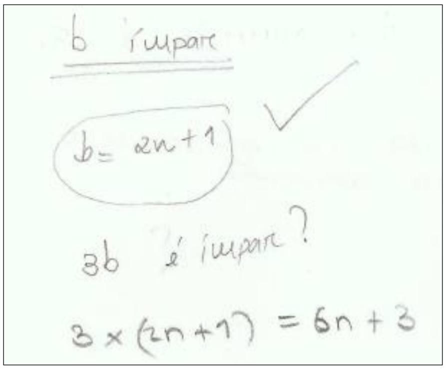


Figura 6.50: Resolução da tarefa de investigação na entrevista

Investigadora: E portanto o que podes concluir?

Inês: Então os múltiplos de seis são números pares e se somarmos três vamos sempre parar num número ímpar…

Investigadora: Ok. É isso mesmo. Vês que conseguiste… Precisavas só de uma ajudinha.

Inês: Sim, eu tinha a noção que tinha que fazer um caso geral. Só não sabia como escrever…

Nesta tarefa, pelo que se pôde observar a aluna mostrou-se muito motivada e atenta, pois pretendia saber qual a solução do problema. O principal obstáculo residiu em encontrar uma expressão geral que gerasse os números ímpares. Contudo, com a ajuda da investigadora a aluna conseguiu chegar ao resultado pretendido.

Em síntese, a Inês apresentou um bom comportamento e um bom desempenho nas sessões de trabalho realizadas. É uma aluna bastante moderada, discreta e responde sempre às tarefas que lhe são propostas mesmo que surjam algumas dificuldades.

Os erros que cometeu, na sua maioria, estiveram inerentes a alguma falta de atenção e, por vezes também, a alguns erros de cálculo. Mas, no geral, a aluna demonstrou um bom desempenho no subdomínio das equações algébricas. Além de ser uma aluna dedicada e esforçada, gosta bastante deste conteúdo, sobretudo resolver problemas, o que de facto é patente nas resoluções das suas tarefas, dado o seu bom desempenho. Além do mais, mostrou-se bastante interessada na tarefa de investigação, cujos conteúdos abordavam uma questão mais teórica e mais complexa.

CAPÍTULO 7 - Conclusões

Após a análise dos dados recolhidos durante a investigação, é possível construir algumas considerações relativamente às questões que motivaram a realização deste estudo:

1. Como é que as diferentes metodologias de ensino utilizadas influenciam a aprendizagem dos alunos?

2. Face ao grupo de alunos participantes, quais são as metodologias mais adequadas?

3. Como contribuiu o modelo de Aprendizagem Mestria para a compreensão dos conceitos em estudo?

4. De que modo é possível caracterizar a aprendizagem dos alunos com base nesta abordagem?

Relativamente às diferentes metodologias adotadas (questão 1) constata-se que alguns alunos se sentiram mais motivados que outros dependendo da metodologia em questão. Este fator de certa forma influenciou o seu desempenho nas tarefas desenvolvidas.

Quanto às tarefas de cariz lúdico, na generalidade, os alunos gostaram de as realizar e até demonstraram um desempenho razoável. Porém, na tarefa "Quadrado Mágico" a situação foi bastante diferente, isto é, uma vez que os alunos continuaram a mostrar grandes dificuldades nas operações com números racionais, consideraram a tarefa difícil. No entanto, os alunos Pedro e Inês mostraram um bom desempenho e motivação na execução da tarefa. Dado tratar-se de um jogo, seria expectável que os alunos reagissem positivamente. A realização desta tarefa foi de facto fundamental na identificação das dificuldades dos alunos, de acordo com os seus conhecimentos prévios.

Embora a metodologia deste estudo tenha sido bastante diversificada, verificou-se que os alunos continuam com inúmeras dificuldades, podendo-se concluir que as diversas metodologias de ensino adotadas não constituíram uma fonte de motivação para os alunos. Por isso, determinar qual a metodologia mais adequada (questão 2) para este grupo de alunos revelou-se, por vezes, uma tarefa difícil. Ainda assim, é de referir que o trabalho em grupo foi uma metodologia bem aceite pelos alunos, constituindo uma fonte de empenho e motivação e, consequentemente o trabalho desenvolvido foi bastante satisfatório.

Globalmente, poderá afirmar-se que este processo de ensino-aprendizagem não favoreceu grandemente a aprendizagem efetiva dos conceitos presentes no subdomínio das equações algébricas (questão 3). Como se pôde verificar pelos resultados obtidos na ficha formativa e pelo seu desempenho nas sessões de trabalho, os alunos ainda revelam algumas dificuldades em identificar os termos de uma equação com parênteses e na resolução de simples problemas envolvendo Geometria. A réplica da metodologia inerente no processo de ensino-aprendizagem, "Aprendizagem Mestria", parece não ter ajudado os alunos na compreensão dos conceitos em estudo.

Porém, a Inês mostrou-se empenhada e dedicada ao longo de todas as sessões de trabalho o que se refletiu no seu desempenho na disciplina de Matemática. A aluna desenvolveu diversas tarefas e foram as de cariz lúdico que mais gostou de resolver, como por exemplo "O cofre do Tio Patinhas". Além disso, independentemente do tipo de metodologia adotada, a aluna dedicou-se com afinco o que lhe permitiu progredir ao nível dos seus conhecimentos. Contudo, na ficha formativa final, cometeu alguns erros de aritmética que seriam inesperados. No global, a aluna atingiu um nível de mestria no subdomínio das Equações Algébricas.

Quanto à aluna Bruna, pode considerar-se que a aluna de forma alguma ficou "mestre" neste subdomínio. Embora em algumas sessões tenha demonstrado um razoável desempenho, no final do segundo período na ficha formativa, cometeu diversos erros que não seriam expectáveis. Esta situação poderá ter sido influenciada pela falta de concentração, pela ausência de trabalho sistemático e, também, pela influência dos seus colegas, uma vez que é uma aluna bastante irrequieta e distraída, pelo que apenas consegue realizar as tarefas propostas com sucesso quando é acompanhada. Porém, há que destacar um bom desempenho no trabalho em grupo, a aluna conjuntamente com a sua colega desenvolveu um bom trabalho na resolução de problemas. No entanto, em problemas que envolvam o cálculo do perímetro de polígonos a aluna revela algumas dificuldades em relacionar a representação com o conceito, apenas representando o que visualiza nas imagens que lhe são apresentadas.

Relativamente à última questão, poder-se-á afirmar de forma genérica, que à semelhança da aluna Bruna, também os restantes alunos conseguiram resolver as tarefas propostas com a ajuda da investigadora, o que de certa forma demonstra que os alunos não são capazes de refletir autonomamente sobre os conceitos abordados. Por outro lado, há que referir que os alunos poderiam ter usufruído de outra forma das potencialidades das metodologias apresentadas, desenvolvendo um trabalho mais autónomo e rigoroso, o que poderia ter contribuído para uma aprendizagem mais eficaz.

Perante os resultados alcançados e com base na metodologia "Aprendizagem Mestria", parece ficar claro que quando os alunos são confrontados com tarefas diversificadas existem algumas modificações na sua aprendizagem. Contudo, tal não parece ser suficiente para promover uma aprendizagem efetiva. As motivações dos alunos e os seus interesses parecem também constituir um fator importante na sua aprendizagem.

Referências Bibliográficas

Araújo, C. , Pinto, E.M.F, Lopes, J. ,Nogueira, L. , Pinto, R. (2008). Estudo de Caso. Universidade do Minho.

Arcavi, A., Gómez, B., Guimarães, F., Ponte, J., Silva, J. (2006). O ensino e aprendizagem dos Números e da Álgebra: que problemas, que desafios? In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 361- 379). Lisboa: SEM-SPCE.

Block, J.H. & Burns, R.B. (1976). Mastery Learning . *Review of Research in Education*, 4. 3-49. Acedido a 18 dezembro, 2013, em https://faculty.unlv.edu/jensen/html/Doctorate/CIT620/materials/block_burns_1976.pdf.

Bloom, B.S. (1968). Learning for Mastery. *Center for the Study of Evaluation of Instructional Programs*, 1 (2). Acedido a 18 dezembro, 2013, em http://programs.honolulu.hawaii.edu/intranet/sites/programs.honolulu.hawaii.edu.intranet/files/upstf-student-success-bloom-1968.pdf.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora.

Booth, L. R. (1988). Children's Difficulties in Beginning Algebra. In A. F. Coxford (Ed.).

Bordenave, J.D. & Pereira, A.D. (1995). *Estratégias de Ensino-Aprendizagem.* (16ª edição). Brasil, Petrópolis: Editora Vozes.

Borralho, A. & Palhares, P. (2013). *Ensino e aprendizagem de números e álgebra.* Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática. Braga: APM & CIED da Universidade do Minho.

Carvalho, J. (2005). Notas sobre pedagogia em Matemática. *Gazeta da Matemática*, 148, 28-31.

Duarte, J.B. (2004). Pedagogia diferenciada para uma aprendizagem eficaz. *Revista Lusófona de Educação*, 4, 33-50.

Gaspar, M.I. , Silva, M.A. , Barbosa, D. , Vasconcelos, J. , Figueiredo, L. , Soares, S. & Brito, A.E. (n.d). A sistematização de aprendizagem em ambientes virtuais: potencialidades de um modelo de ensino. Lisboa: Universidade Aberta.

Guskey, T.R. (2007). Closing Achievement Gaps: Revisiting Benjamim. S Bloom's "Learning for Mastery". *Journal of Advanced Academics*, 19 (1). 8-31. Acedido a 18 dezembro, 2013, em http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ786608.pdf.

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding. In E. Fennema & T. Romberg (Orgs.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Kieran, C. & Filloy, Y.E. (1989). El Aprendizaje Del Álgebra Escolar Desde Una Perspectiva Psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). NewYork: Macmillan.

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?. *The Mathematics Educator,* 8(1), 139-151.

Lopes, J. & Silva, H.S. (2010). *O Professor Faz a Diferença.*(1ª edição). Lisboa: Lidel – edições técnicas.

Marteleira, C.P. (2010). Mastery Learning – a revalorização de um modelo de ensino-aprendizagem em cursos profissionais?, Dissertação de Mestrado, Universidade Aberta, Lisboa, Portugal.

Matos, J. M. & Serrazina, M. L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta. Acedido a 18 dezembro, 2013, em http://moodle.fct.unl.pt/pluginfile.php/146453/mod_resource/content/0/Aprendizagem_da_Matematica/Didactica_da_Matematica_2.pdf.

Ministério da Educação. (2013). *Programa e Metas Curriculares: matemática, Ensino Básico.* Lisboa: Autor.

Polya, G. (1977). *A Arte de Resolver Problemas – um aspeto do método matemático* (tradução de Heitor Araújo). Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro . Acedido a 18 dezembro, 2013, em http://www.mat.ufmg.br/~michel/inicmat2010/livros/polya.pdf.

Ponte, J.P. (2006). *Números e álgebra no currículo escolar*. Lisboa: Faculdade de Ciências da universidade de Lisboa.

Ponte, J.P. , Branco, N. & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Ministério da Educação.

Santos, C.S. (2007). A aprendizagem da matemática. *Gazeta da Matemática*, 152, 4-8.

Saraiva, M.J. , Pereira, M.N. & Berrincha, R.I. (2010). *Sequências e Expressões Algébricas.* Braga: Universidade da Beira Interior. Lisboa: Instituto Superior da Educação.*The ideas of algebra, K-12* (pp. 20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Silva, P.M.P.S. , Correia, P.F. & Fernandes, J.A. (2014). *O desenvolvimento de significados das letras na aprendizagem das equações literais.* In ProfMat 2014. Braga: Universidade do Minho. Barcelos: Escola Secundária/3 Barcelos.

Socas, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.

Usiskin, S. (1988). *Conceptions of school algebra and uses of variables*. In A. F. Coxford & A. P. Schulte (Eds.), *The ideas of algebra* (1988 Yearbook, pp. 8-19). Reston, VA: NCTM.

Vale, L. , Ferreira, R.A. & Santos, L. (2010). *O Erro como Ponte para a Aprendizagem das Equações: O Caso da Maria.*Valadares: Escola Secundária Dr. Joaquim Gomes Ferreira Alves. Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Vlassis, J. & Demonty, I. (2002). *A álgebra ensinada por situações-problemas.* (1ª edição). Lisboa: Instituto Piaget.

Anexo I

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Escola Secundária Jorge Peixinho

QUESTIONÁRIO

Este questionário foi realizado no âmbito do trabalho de investigação da aluna de Mestrado em Ensino de Matemática. Responda o mais sinceramente possível às questões que lhe são colocadas, para que se possa realizar o estudo com dados verdadeiramente fiáveis. Obrigada pela sua colaboração!

1. O que pensa sobre a disciplina de Matemática? (Assinale, com um X, no máximo três opções)

É uma disciplina importante na minha educação/formação.	
Além de ser uma disciplina importante, é útil no dia-a-dia e com aplicabilidade em várias áreas.	
É uma disciplina exigente e difícil, embora seja importante no percurso escolar.	
Trata-se de uma disciplina que exige muito trabalho e dedicação.	
É uma disciplina que não considero interessante.	
É uma disciplina que não tem qualquer importância na minha formação.	

2. Gosta de Matemática? (Assinale, com um X, apenas uma opção)

Sim		Não		Detesto		É me indiferente		Depende dos conteúdos	

3. Quais são os seus hábitos de estudo relativamente à disciplina de Matemática? (Assinale, com um X, apenas uma opção)

Raramente estudo.	
Estudo apenas na véspera do teste.	
Estudo uma/duas vezes por semana.	
Estudo três vezes/quatro vezes por semana.	
Estudo todos os dias.	

4. Na sua opinião, quais são os fatores que considera mais decisivos na aprendizagem da Matemática? (Assinale, com um X, no máximo três opções)

Aulas mais dinâmicas.	
Aulas expositivas.	
Empenho do aluno.	
Relação aluno/professor.	
Interesse dos conteúdos abordados na aula	
Falta de conhecimentos por parte dos alunos.	

5. Como sabe os resultados obtidos na disciplina de Matemática, na generalidade, são fracos. Na sua opinião, quais são os fatores que considera estar na origem deste problema? (Assinale, com um X, no máximo três opções)

Falta de empenho por parte dos professores.	
Falta de empenho por parte dos alunos.	
Trata-se de uma disciplina difícil que exige o uso do raciocínio e muita dedicação.	
Intervenção dos Encarregados de Educação na motivação dos alunos.	
Transição de ano sem conhecimentos básicos.	
Aulas pouco dinâmicas.	

6. Considera que a classificação que obteve no 1º período reflete o trabalho que realizou?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?

____

____.

7. Com o apoio a que foi proposto, considera ser possível alcançar melhores resultados?

Sim ☐ Não ☐

Porquê? Quais são as suas expectativas?

____

____.

Anexo II

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Escola Secundária Jorge Peixinho

ATIVIDADE 1

ANO LETIVO 2013/2014

7º ANO

janeiro de 2014

"O estudo da Matemática é o mais indicado para desenvolver as faculdades, fortalecer o raciocínio e iluminar o espírito."

Sócrates

Nas questões que lhe são apresentadas, explique todo o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

---

1. Escreva as expressões algébricas que traduzem as respostas às situações que se seguem.

1.1 Hoje a Joana tem cinco anos. Quantos terá daqui a x anos?

1.2 Este mês o Luís leu x livros. Sabendo que no mês seguinte irá ler o triplo dos livros, quantos livros o Luís irá ler nesse mês?

1.3 Um círculo tem de raio x cm. Reduzimos 4 cm ao comprimento do seu raio. Quanto mede agora o raio do círculo?

1.4 A Margarida comprou um saco com y berlindes. Dividiu igualmente os berlindes com a Inês. Com quantos berlindes ficou cada uma?

1.5 O Gonçalo comprou o dobro da soma de três com o número de canetas da Rita. Quantas canetas comprou?

2. Escreva, em linguagem corrente, o significado das seguintes expressões algébricas.

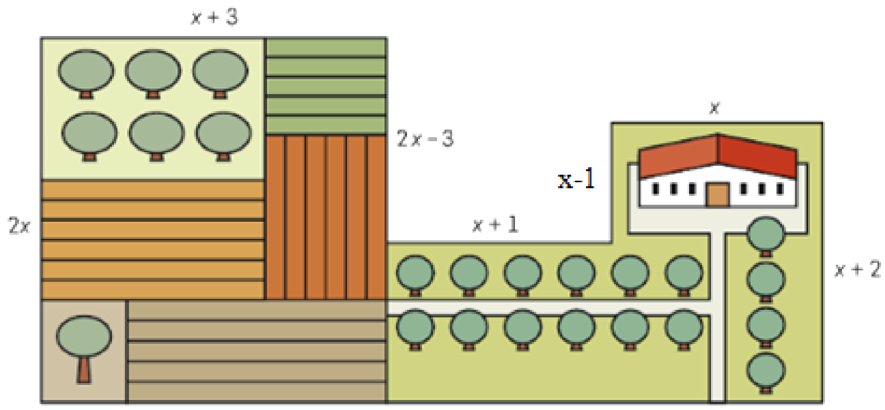
2.1 $2k$

2.2 $k-1$

2.3 $2k+3$

2.4 $3(k-4)$

3. O Pedro tem uma quinta em Santarém com a forma da figura seguinte.



3.1 Escreva uma expressão simplificada que traduza o perímetro do terreno.

3.2 O pai do Pedro quer colocar uma vedação à volta do terreno.
Sabendo que $x = 100$ m, que quantidade de rede deverá comprar para vedar o terreno?

4. Considere, em $\mathbb{Q}$, a equação $3(x - 2) = 5x + 4$.

4.1 Identifique os termos do 1º membro e do 2º membro da equação.

4.2 Indique os termos semelhantes e os termos independentes da equação.

4.3 Averigue se o número 4 é solução da equação.

4.4 Resolva e classifique a equação.

4.5 Diga, justificando, se a equação $-4x = 20$ é equivalente à equação dada.

Anexo III

Considere as seguintes expressões:

(A) $5^5 \div 5^3 - (-2)^3 \times (-2)^1$ **(B)** $(-10 - 2 \times 3) \div (-8)$ **(C)** $1 + (-5 + 11) \times (-3)$

1. O João calculou o valor da expressão **(A)** – **(C)** e obteve o número -5. Será que tem razão? Justifique.

2. O António, amigo do João, verificou que o resultado da expressão **(B)** é o simétrico do número -2.
Prove que o António tem razão.

3. A Sara pediu ao João que o ajudasse a identificar o erro nas expressões que calculou, pois não está a conseguir chegar ao resultado correto. Ajude os dois amigos a identificar e a corrigir os erros das expressões seguintes.

3.1 $-12-(-8)+6=-12-8+6=-26$

3.2 $5\times 3\times(5-12)=5\times 3\times 8=15\times 8=120$

3.3 $(-3-5)^2-\sqrt{4}=8^2-16=64-16=58$

Anexo IV

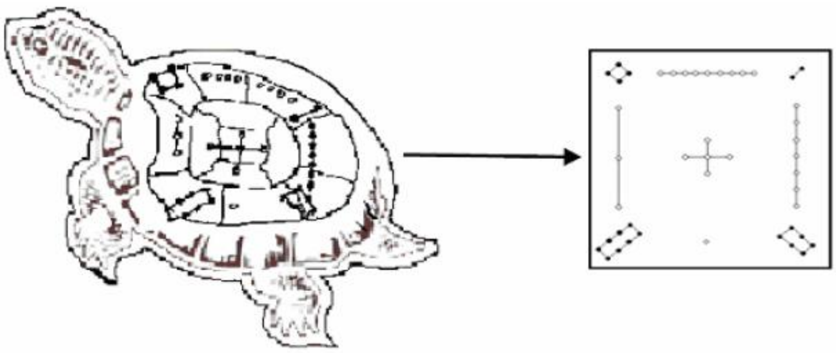
Quadrado Mágico

Um quadrado mágico é uma tabela com linhas e colunas preenchida com números inteiros, de forma a que a soma dos números de cada linha, coluna e diagonal seja sempre o mesmo. A este número dá-se o nome de constante mágica!

No século XVI, a Europa já conhecia os quadrados mágicos. Muitos acreditavam que eram amuletos e que protegiam as pessoas dos perigos da era das trevas.

Os quadrados mágicos constituem, desde épocas remotas, um desafio que fascina todos! Acredita-se que os chineses foram os primeiros a descobrir as propriedades destes quadrados e provavelmente também foram os seus inventores.

A história destes quadrados pode encontrar-se no livro chinês Yih King, escrito há cerca de 3000 anos: conta a lenda que, enquanto meditava nas margens do Rio Lo, o imperador da antiga China, chamado Yu (2800 A.C.), da dinastia Hsia, viu emergir uma tartaruga - considerado um animal sagrado – com estranhas marcas no casco.



A tartaruga sagrada e o LoShu

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Quadrado Mágico Lo Shu

Yu percebeu que as marcas na forma de nós, feitos num tipo de barbante, podiam ser transformadas em números e que todos eles somavam quinze em todas as direções, como se fossem algarismos mágicos.

A este quadrado chamaram "Lo-shu" e é considerado o mais antigo dos quadrados mágicos. Foi usado no Oriente para praticar magia e, na Europa, para trazer boa sorte e afastar doenças. Os números pares simbolizavam o princípio feminino, o Yin; os números ímpares simbolizavam o princípio masculino, o Yang; o número 5 representava a Terra e à sua volta estão distribuídos os quatro elementos principais: a água 1 e 6, o fogo 2 e 7, a madeira 3 e 8 e os metais 4 e 9.

Desafiamo-lo a preencher os espaços em branco nos seguintes quadrados de modo a que sejam mágicos. Não se esqueça de identificar a constante mágica.
Boa sorte!

1

	5	0
		7
6		2

2

	3	
-3	1	5

3

		-2
-5	-3	-1

4

	-1	
-2	3	2

5

		2
	-1	
-4		-2

6

1		-3
	-2	
		-5

Núcleo de Estágio

Anexo V

1. **Calcule o valor das seguintes expressões numéricas:**

1.1 $-\frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) - (-3 + 5)$

1.2 $-2 + \left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

2. Verifique que:

$$-9 - (-2 + 1 \times 3) = -10 \div (-2) + (-5) \times 3$$

3. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são **falsas**:

(A) $-9 > -8$
(B) $-7 + (-7) - 7 = 3 \times (-7)$
(C) $(-1) \times (-1) \times (-1) > 0$
(D) O simétrico de -3 é 3.
(E) O produto de dois números inteiros é sempre maior que qualquer um dos fatores.
(F) A expressão – $\boldsymbol{a}$ representa um número negativo para qualquer valor de $\boldsymbol{a}$.

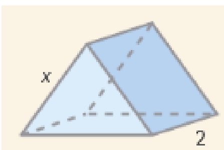
Anexo VI

O cofre do Tio Patinhas

O cofre do Tio patinhas foi de novo assaltado. O Tio Patinhas, desesperado, ameaça não participar mais na banda desenhada.

O único que viu o assaltante foi o Peninha, que não impediu o assalto, pois estava a tentar resolver uma ficha de exercícios de Matemática. O Peninha sabe o resultado dos exercícios, mas não os sabe resolver e só revela o nome do assaltante se nós o ajudarmos.

Em cada questão o resultado correto corresponde a uma das letras que compõem o nome do assaltante. Descubra quem é, mas não se esqueça de apresentar e justificar todos os cálculos que efetuou para chegar ao resultado! Boa sorte!

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Chave correta</th></tr>
<tr><td>1. Resolva, em $\mathbb{Q}$, a equação
$2(x-3)-5x=3$</td><td><table><tr><td>M</td><td>K</td><td>B</td><td>Z</td><td>D</td></tr><tr><td>-3</td><td>3</td><td>2</td><td>-2</td><td>5</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>2. O António tem um irmão que é 5 anos mais novo do que ele. Qual a idade do irmão, sabendo que a soma das idades dos dois irmãos é 29 anos?</td><td><table><tr><td>J</td><td>A</td><td>C</td><td>Z</td><td>E</td></tr><tr><td>17</td><td>14</td><td>10</td><td>15</td><td>12</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>3. Determine a medida da aresta da base do prisma triangular sabendo que o perímetro da sua base é igual ao perímetro de uma face lateral.

</td><td><table><tr><td>Q</td><td>P</td><td>T</td><td>G</td><td>J</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>4. Calcule o valor da expressão $4x-6$ para $x=4$.</td><td><table><tr><td>G</td><td>N</td><td>V</td><td>R</td><td>I</td></tr><tr><td>-2</td><td>42</td><td>9</td><td>10</td><td>8</td></tr></table></td></tr>
</table>

5. Qual é a expressão que origina os valores seguintes, quando faz $n = 1,\ n = 2,\ n = 3,$ e assim sucessivamente?

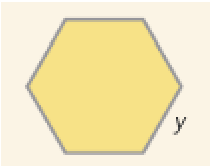
$7 \quad 11 \quad 15 \quad 19 \quad 23 \ \ldots$

B	A	D	E	T
$4n$	$4n+3$	$4n-3$	$3n$	n

6. A soma de três números inteiros consecutivos é 9. Quais são os números?

Z	A	Ç	Q	L
7,8,9	1,2,3	1,3,5	4,5,6	2,3,4

7. O perímetro do hexágono regular é 24 u.c . Determine o valor de y.



H	P	E	A	Z
4	6	5	3	7

8. Resolva, em $\mathbb{Q}$, a equação $\frac{2x}{5} + 2x + 12 = 24$

F	D	R	O	A
-6	-5	3	10	5

9. Os assaltantes eram três e calçavam números de sapatos diferentes. O segundo calçava menos dois números do que o primeiro e o terceiro menos quatro números do que o primeiro. Somando o que os três calçavam obteve-se 126.

Qual o número de calçado do primeiro assaltante?

P	N	S	D	G
40	42	44	46	38

Anexo VII

EQUATREX

Preencha a seguinte tabela resolvendo as equações que se seguem.

1			2	3			4
		5				6	
		7			8		
9	10			11			
12			13				14
		15				16	

Horizontais	
1	$5x = 50$
2	$x - 400 = -150$
5	$3x = 300$
6	$\frac{x}{2} = 11$
7	$\frac{x}{2} = 10$
8	$x - 70 = 75$
9	$5x = 1050$
11	$x - 200 = 20$
12	$\frac{x}{7} = 4$
15	$x + 80 = 260$
16	$x + 1 = 50$

Verticais	
1	$-3x = -33$
2	$2x - 5 = 395$
3	$x + 30 = 80$
4	$x + 25 = 150$
5	$\frac{x}{2} - 5 = 55$
6	$\frac{x}{3} = 80$
8	$2x = 240$
9	$x - 125 = 100$
10	$4x = 72$
13	$x - 8 = 80$
14	$\frac{x}{3} = 33$

Boa sorte!

Núcleo de Estágio

Anexo VIII

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Escola Secundária Jorge Peixinho

ESCOLA SECUNDÁRIA JORGE PEIXINHO
7º Ano
Cálculo de expressões numéricas

1. Calcule o valor das expressões seguintes:

1.1 $(+2)-(-6)-(+2)$

1.2 $(-1)-(-3)+(+4)-(+6)$

1.3 $\frac{3}{4}+0{,}2+\frac{3}{2}+1$

1.4 $\frac{4}{5}\div\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

1.5 $3\div\left(\frac{1}{2}+3\right)-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{5}{3}\right)+2$

1.6 $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^3\div\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

1.7 $\left[\left(-\frac{7}{5}\right)^{0}\right]^{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2} \div \left(-\frac{2}{3}\right)^{2}$

2. Qual das seguintes igualdades não está correta?

(A) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 1$

(C) $2 - 3 \times (-5) - 5 = 1$

(B) $-2 : \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times (-1) = 1$

(D) $-\left(-\frac{1}{2}\right) : \frac{3}{5} : \left[-\left(-\frac{5}{6}\right)\right] \times \frac{6}{6} = 1$

Anexo IX

ESCOLA SECUNDÁRIA JORGE PEIXINHO

7º Ano

Equações

1. Para cada uma das seguintes equações determine o valor de $2x + 1$ e, também o valor de x sem as resolver.

Apresente todos os cálculos e justificações que efetuar.

1.1 $3(2x + 1) = 39$

1.2 $24 + (2x + 1) = 31$

1.3 $\frac{2x+1}{5} = 8$

2. A Laura propôs à Inês o seguinte procedimento de cálculo:

Escolhe um número. Multiplica-o por 2. Adiciona 9 ao resultado. Adiciona o número que tu escolheste. Divide tudo por 3.

A Inês pensa ter descoberto o truque.
Pensou que é suficiente multiplicar o número escolhido por dois, pois se escolher o número três obtém o número 6.
Será que a Inês tem razão? Justifique.

3. Para uma travessia no deserto um explorador levou consigo um pote de água.
No primeiro dia de viagem bebeu metade da água. No segundo dia bebeu $\frac{1}{5}$ da água restante. Sobraram-lhe 4 l de água.
Que quantidade de água, em litros, levava o explorador para a viagem? Justifique todos os cálculos que efetuar.

Núcleo de Estágio

Anexo X

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Escola Secundária Jorge Peixinho

ESCOLA SECUNDÁRIA JORGE PEIXINHO
7º Ano
Equações

1. Considere, em $\mathbb{Z}$, a seguinte equação:

$$\frac{x-\frac{1}{2}}{3}-\frac{x-\frac{11}{3}}{2}=\frac{x-3}{6}$$

1.1 Indique os termos do primeiro membro da equação.

1.2 Resolva e classifique a equação.

2. A Margarida foi às compras e comprou iogurtes naturais e de frutas.

Verificou que, um iogurte de frutas custa mais 10 cêntimos que um iogurte natural.

Sabendo que a Margarida comprou cinco iogurtes naturais e seis de frutas por 5 €, quanto custa cada iogurte natural?

3. O João tem 12 anos e a sua mãe tem 48.

Para que a idade da sua mãe seja o triplo da sua quantos anos terão que passar?

Núcleo de Estágio

Anexo XI

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Escola Secundária Jorge Peixinho

ESCOLA SECUNDÁRIA JORGE PEIXINHO

7º Ano

Equações

1. Considere, em $\mathbb{Q}$, cada uma das seguintes equações:

(A) $3(x+3)+2(x-10)=24$

(B) $\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

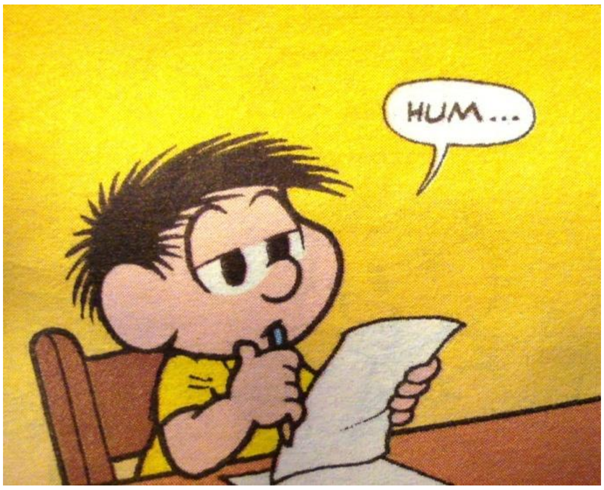
(C) $\frac{x+3}{2}+\frac{1-x}{3}=\frac{1}{6}$

1.1 Identifique os termos da equação **(A)**.

1.2 O número zero é solução da equação **(C)**? Justifique.

1.3 Resolva e classifique cada uma das equações.

2. Na semana passada o João dedicou-se afincadamente à resolução de problemas.



Na sexta-feira resolveu x problemas.
No sábado resolveu o dobro dos problemas que tinha resolvido na sexta-feira.
No domingo resolveu mais 12 problemas que na sexta-feira.
Sabendo que, nos três dias o João resolveu 52 problemas, quantos problemas resolveu em cada dia?

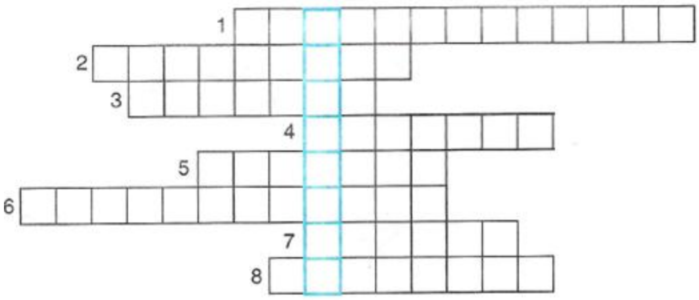
Núcleo de Estágio

Anexo XII

Equações

7º Ano

Descubra o nome do matemático, que se encontra na coluna destacada, preenchendo as seguintes palavras cruzadas:



1. Equação que admite qualquer número como solução.
2. O papel da letra x numa equação.
3. Todas as equações têm dois.
4. Existem três no seguinte produto: $2 \times (-5) \times 8$.
5. $6 + 8x = 2$.
6. Duas equações que têm as mesmas soluções.
7. Existem dois em cada um dos membros da equação $x + 5 = 3 - 8x$.
8. Os valores da incógnita para os quais a igualdade é verdadeira.

Diofanto de Alexandria, matemático grego, viveu cerca do ano 250 d.C., tendo o seu trabalho contribuído muito para o avanço da Álgebra.

Sabe-se que um dos seus admiradores descreveu a duração da sua vida através de um problema, encontrado no seu túmulo:

Caminhante!

Aqui jaz Diofanto.

Os algarismos dirão a duração da sua vida.

A sua doce infância perfaz um sexto.

Um doze avos da sua vida passou e a sua face cobriu-se de barba.

Casado, viveu um sétimo da sua vida sem filhos.

Cinco anos passaram; o nascimento de um filho tornou-o feliz.

Quis a sorte que a vida desse filho fosse duas vezes mais curta que a de seu pai.

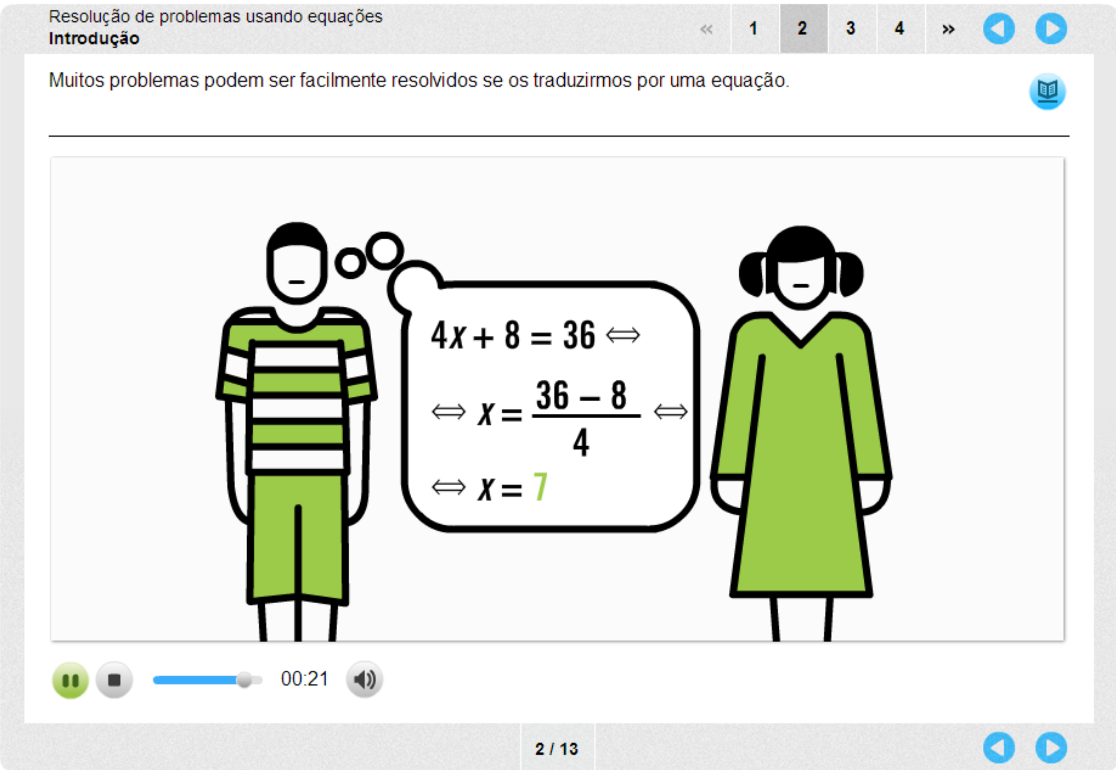
Triste, o velho entregou a sua alma quatro anos após a morte do seu filho.

Questão

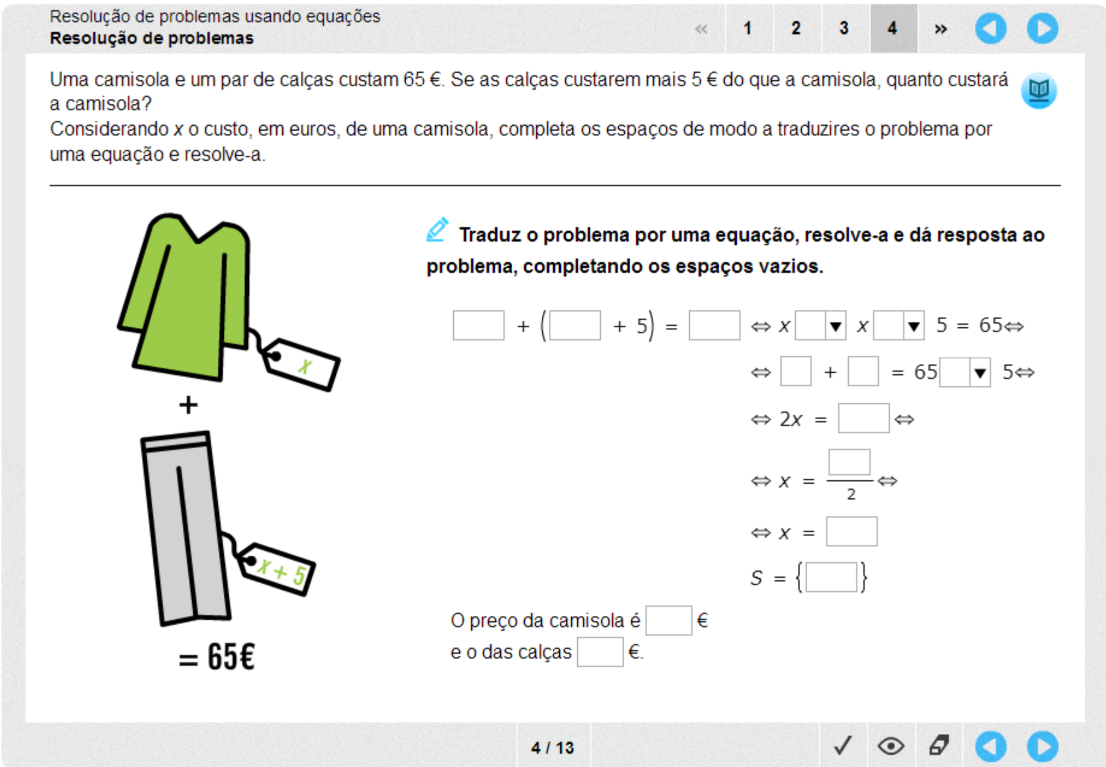
Baseando-se na descrição das etapas da vida de Diofanto, equacione o problema e determine o número de anos que viveu Diofanto.

Núcleo de Estágio

Anexo XIII



Resolução de problemas usando equações
Introdução
« 1 2 3 4 »
Muitos problemas podem ser facilmente resolvidos se os traduzirmos por uma equação.
$4x + 8 = 36 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{36 - 8}{4} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 7$
00:21
2 / 13

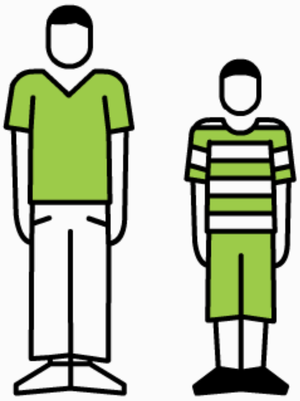


Resolução de problemas usando equações
Resolução de problemas
« 1 2 3 4 »
Uma camisola e um par de calças custam 65 €. Se as calças custarem mais 5 € do que a camisola, quanto custará a camisola?
Considerando x o custo, em euros, de uma camisola, completa os espaços de modo a traduzires o problema por uma equação e resolve-a.
x
x + 5
+
= 65€
Traduz o problema por uma equação, resolve-a e dá resposta ao problema, completando os espaços vazios.
+ (+ 5) = ⇔ x x 5 = 65⇔
⇔ + = 65 5⇔
⇔ 2x = ⇔
⇔ x = 2 ⇔
⇔ x =
S = { }
O preço da camisola é €
e o das calças €.
4 / 13

Resolução de problemas usando equações
Problemas com idades

« 2 3 4 5 »

Um pai tem 42 anos e o seu filho 12 anos. Há quantos anos a idade do pai era quádrupla da idade do filho? Observa, atentamente, a resolução do problema dado.



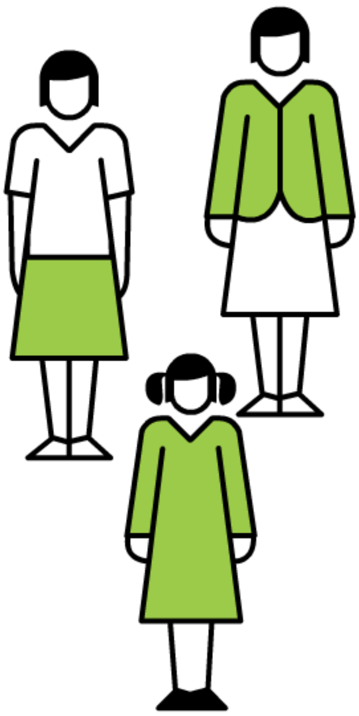
$$42 - x = 4\,(12 - x) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 42 - x = 48 - 4x$$
$$\Leftrightarrow \underbrace{-x + 4x} = \underbrace{48 - 42}$$
$$\Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{3} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = 2$$

$S = \{2\}$

01:14

5 / 13

A um concerto foram 650 pessoas. Sabendo que o número de homens era $\frac{3}{2}$ do número de mulheres, quantos homens foram ao concerto?



Considerando *x* o número de mulheres, traduz o enunciado por uma equação, resolve-a e dá resposta ao problema, completando corretamente os espaços em branco.

Equação que traduz o problema: $\square + \frac{\square}{\square}\square = \square$

Resolvendo a equação, tem-se: $\square + \frac{\square}{\square}\square = \square \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{\square}{\square}\square = \square \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \square = \square \times \frac{\square}{\square} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \square = \square$

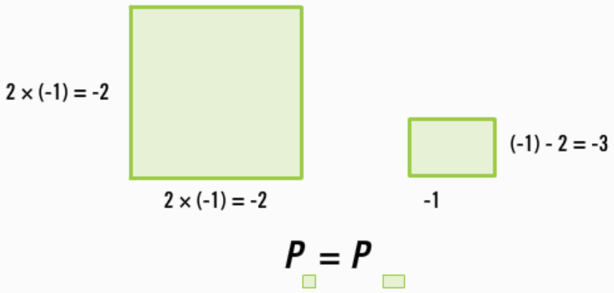
$S = \{\square\}$

Resposta ao problema: Estavam presentes no concerto $\square$ homens.

Resolução de problemas usando equações
Problema geométrico envolvendo equações

« 4 5 6 7 »

Considera um quadrado de lado $2x$ e um retângulo de comprimento x e largura $x - 2$. Qual é o valor de x para o qual as duas figuras têm o mesmo perímetro? Observa a resolução do problema.



$$8x = 4x - 4 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 8x - 4x = -4 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 4x = -4 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4}{4} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = -1 \qquad S = \{-1\}$$

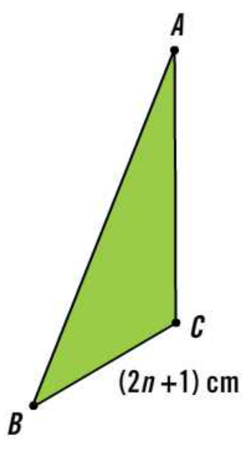
00:31

7 / 13

Resolução de problemas usando equações
Problema geométrico envolvendo equações

« 5 6 7 8 »

O perímetro de um triângulo é igual a 21 cm. Sabendo que as medidas dos comprimentos dos lados, em cm, são dadas por três números ímpares consecutivos, qual é a medida do comprimento de cada lado?



Designando a variável por n, sendo n um número inteiro não negativo, completa corretamente os espaços em branco.

Equação que traduz o problema:

$(2n + 1) + \boxed{} + \boxed{} = 21$

Resolvendo a equação, tem-se:

$(2n + 1) + (\boxed{}) + (\boxed{}) = 21 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{} + \boxed{} = \boxed{} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{} = \boxed{} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{} = \boxed{}$

$S = \{\boxed{}\}$

As medidas dos comprimentos dos lados do triângulo são: $\boxed{}$ cm, $\boxed{}$ cm e $\boxed{}$ cm.

8 / 13

Anexo XIV

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Escola Secundária Jorge Peixinho

FICHA DE MATEMÁTICA

7º ANO abril / 2014

Nome: ____

Classificação: ____

Nas questões apresentadas, explique todo o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

---

1. Considere, em $\mathbb{Q}$, a equação $\frac{2}{3}y + 5 = 4\left(y - \frac{1}{12}\right)$.

1.1 Indique:

1.1.1 o primeiro membro.

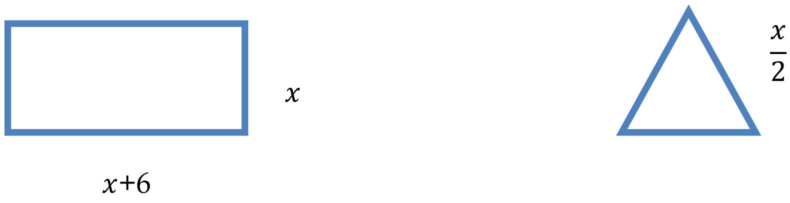
1.1.2 a incógnita.

1.1.3 os termos do segundo membro.

1.1.4 os termos com incógnita.

1.2 Averigue, sem resolver a equação, se 2 é solução.

2. Observe os seguintes polígonos, cujas dimensões estão expressas em centímetros.



Sabendo que o perímetro do retângulo excede o perímetro do triângulo equilátero em 22 centímetros, determine a medida dos lados do triângulo e do retângulo.

Anexo XV

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Escola Secundária Jorge Peixinho

TESTE DE MATEMÁTICA – Versão 1

7º ANO janeiro / 2014

Nos itens de escolha múltipla, escreva apenas, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a opção escolhida.

Nos outros itens explique todo o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

---

1. Complete de modo a obter afirmações verdadeiras:

1.1. Qualquer número inteiro ou fracionário pertence ao conjunto dos números____________________.

1.2. $\frac{12}{4}$ é um número ________________ e está representado na forma de ________________.

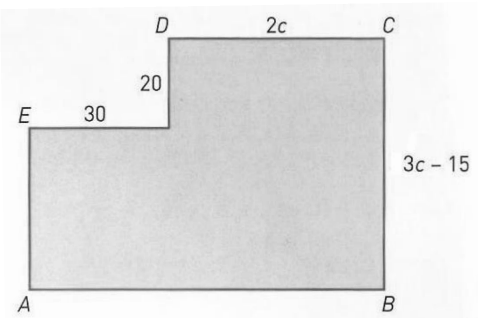
1.3. $0{,}7$ é um número ________________ e está representado por uma __________________. Também se pode escrever $0{,}7 =$ ______ e a esta fração cujo denominador é _____ chama-se fração_________________.

2. Se x é um número, então qual das expressões algébricas representa a diferença entre o dobro desse número e sete?

(A) $2(x+7)$ **(B)** $2x+7$ **(C)** $2(x-7)$ **(D)** $2x-7$

3. Na figura ao lado está representada a planta de um terreno cujas dimensões estão expressas em metros.

3.1. Escreva as expressões algébricas que representam os comprimentos dos segmentos de reta $[AB]$ e $[AE]$.



3.2. Mostre que o perímetro da figura é dado pela expressão $10c+30$.

3.3. Sabendo que na vedação do terreno foram gastos 280 *m* de rede, determine o valor de *c*.

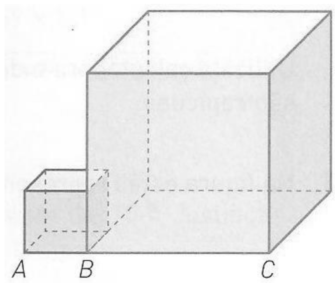
4. O António pagou cinco cadernos iguais com uma nota de 10€ e recebeu 2€ de troco.

O preço de cada caderno é dado pela solução da equação:

(A) $5x+2=10$ **(B)** $5x=10+2$ **(C)** $x+2=10$ **(D)** $5(x-2)=10$

5. Na figura estão representados dois cubos.

Sabe-se que o volume do cubo maior é de $64\,cm^3$ e a área de cada face do cubo menor é $4\,cm^2$.

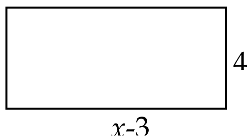


5.1. O Miguel disse ao seu amigo José que a área total do cubo menor podia ser dada, em cm^2, por $6\times(-2)^2$. O José disse: "O quê?! Não pode ser, pois -2 é um número negativo."

Diga, justificando, se concorda com o José.

5.2. Calcule o perímetro de cada face do cubo maior.

6. Considere o retângulo da figura.



6.1. Indique qual das seguintes expressões permite calcular o seu perímetro *P*, em função de *x*.

(A) $P=4(x-3)$ **(B)** $P=4x-3$ **(C)** $P=2(x-3)+8$ **(D)** $P=(x-3)+4$

6.2. Se $x=12$, qual é o valor da área do retângulo?

(A) 26 **(B)** 32 **(C)** 36 **(D)** 48

7. Considere, em $\mathbb{Z}$, a equação $4x+7=3(x+3)$.

7.1. Averigue se o número 1 é solução da equação.

7.2. Resolva e classifique a equação.

7.3. Escreva uma equação equivalente a $4x+7=3(x+3)$.

8. Na tabela seguinte está representada uma função g definida de A em B, sendo $A=\{3,5,9,14,18\}$ e $B=\{-1,0,1,2,3,4,5\}$

X	3	5	9	14	18
Y	0	2	3	5	0

8.1. Represente a função g por um diagrama de setas.

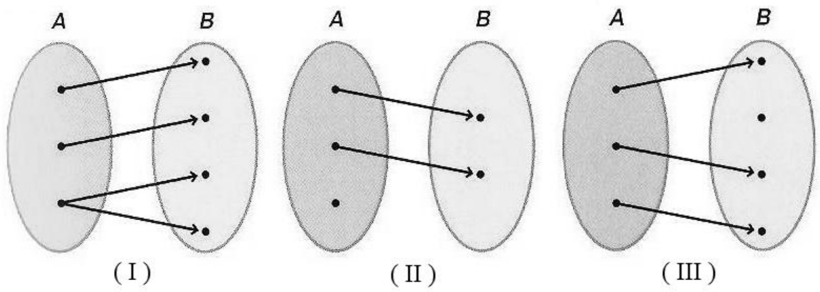
8.2. Indique o domínio, o contradomínio e o conjunto de chegada da função g.

8.3. Indique:

8.3.1. A imagem do objeto 3;

8.3.2. O objeto que tem imagem 5.

9. Observe as seguintes correspondências:



Relativamente às correspondências representadas nas situações (I), (II) e (III) considere as seguintes afirmações:

***p*:** As correspondências representadas em (I) e (II) são funções.

***q*:** Apenas a correspondência representada em (III) é função.

Podemos afirmar que:

(A) **A**mbas as afirmações são falsas;

(B) **A**penas a afirmação ***p*** é verdadeira;

(C) **A**penas a afirmação ***q*** é verdadeira;

(D) **A**mbas as afirmações são verdadeiras

10. Prove que, dados dois números racionais a e b, se $a \neq 0$, a solução da equação $ax = b$ é $x = \frac{b}{a}$.

Professores que lecionam o 7º ano e Núcleo de Estágio

Anexo XVI

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Escola Secundária Jorge Peixinho

TAREFA DE INVESTIGAÇÃO

Resolva os seguintes problemas, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Se $\boldsymbol{b}$ é um número ímpar, será que $\boldsymbol{3b}$ é também um número ímpar?

2. Considere um número $\boldsymbol{a}$ formado por dois dígitos, $\boldsymbol{p}$ e $\boldsymbol{q}$ (sendo $p > q$).

   Invertendo a ordem dos dígitos, irá obter um novo número $\boldsymbol{b}$.

   O que pode dizer acerca da diferença $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$?

Núcleo de Estágio